UNIVERSIDADE BANDEIRANTE DE SÃO PAULO

GERCIANE GERCINA DA SILVA

O ENSINO DE MATRIZES: UM DESAFIO MEDIADO PARA APRENDIZES CEGOS E APRENDIZES SURDOS

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO

2012

UNIVERSIDADE BANDEIRANTE DE SÃO PAULO

GERCIANE GERCINA DA SILVA

O ENSINO DE MATRIZES: UM DESAFIO MEDIADO PARA APRENDIZES CEGOS E APRENDIZES SURDOS

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Bandeirante de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da Profa. Dra. Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes.

SÃO PAULO

2012

Banca Examinadora

Profa. Dra. Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes (Presidente- Orientadora)

____

Profa. Dra. Izabel Augusta Hazin Pires Loreto (1º Membro Titular Externo - UFRN)

Izabel Hazin

____

Profa. Dra. Siobhan Victoria Healy (2º Membro Titular Interno – UNIBAN)

____

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopias ou eletrônicos.

Assinatura:______________________________ Local e Data:_________________

"A humildade é para as virtudes, como a corrente é para as contas do rosário... Tira-se a corrente e as contas caem, tira-se a humildade e as virtudes desaparecem" (SANTO THOMÁS DE AQUINO).

Dedico este trabalho aos meus pais. Ao meu pai, por lutar sempre para que suas filhas tivessem um futuro diferente, e à minha mãe, por ser uma mãe guerreira, por ter cuidado de mim, por me aguentar nos momentos difíceis, por me ajudar e me compreender quando eu mais precisava.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, ter me dado o dom da vida, a coragem para lutar, o desejo de seguir em busca de meus objetivos, dar-me saúde e força para superar as dificuldades do dia a dia, derramar a sua divina proteção sobre mim, ajudar-me, estar comigo, em todos os momentos de minha vida, por jamais me abandonar.

Agradeço a Nossa Senhora carregar-me em seus braços nos momentos mais difíceis da minha vida, cobrir-me com seu Manto Sagrado quando eu precisei de sua ajuda, num gesto de amor, de carinho e de proteção, rogar a Deus por mim, ajudar-me a ter paciência, cuidar de mim quando eu me sentia só.

Agradeço a minha família, ao meu pai Luiz José da Silva, que sempre trabalhou para proporcionar a suas filhas um futuro de melhor qualidade, a minha mãe Josefa Gercina Penedo da Silva, em especial, por cuidar de mim, por preocupar-se com minhas coisas, quando estive impossibilitada de fazê-las, ocupada com meu estudo, e as minhas irmãs, Leidiane Gercina da Silva e Liliane Gercina da Silva, por acreditarem que este sonho pudesse ser realizado, e a todos juntos por me darem seus apoios e por compreenderem minha ausência em muitos momentos de suas vidas.

Agradeço ao meu namorado Rodrigo de Araújo Cruz a paciência, o amor, e o carinho que me deu. Compreender-me pelas faltas e apoiar-me em todo o tempo de conclusão deste trabalho.

Agradeço a minha querida orientadora Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes a sua dedicação, as suas orientações e contribuições que me ajudaram a crescer, e a desenvolver o presente trabalho de pesquisa, seu apoio durante toda a pesquisa, a sua disponibilidade. A sua compreensão, a sua amizade e a força que me concedeu.

Agradeço a Lulu Healy e a Izabel Hazin as contribuições valiosas durante a minha qualificação, o apoio que me foi oferecido, a amizade e a participação no meu crescimento e amadurecimento como pesquisadora.

Agradeço às professoras Marinês Poloni, professora da graduação da Uniban-Anhanguera e Nielce Lobo da Costa, professora doutora do Programa de Pós-Graduação da Uniban-Anhanguera, o incentivo e apoio. A todos os professores do Programa de Pós-Graduação da Uniban-Anhanguera que de alguma forma contribuíram para que este trabalho fosse concluído. Em especial, às professoras Rosana Nogueira de Lima, Vera Giusti, Monica Karrer e Janete Bolite Frant.

Aos professores Luiz Gonzaga Xavier, Vincenzo Bongiovanni e Ubiratan D'Ambrósio pela amizade.

À Capes pela bolsa concedida, pois sem ela este sonho poderia não ter sido realizado.

Agradeço a professora doutora Tânia Campos por acreditar no potencial de seus alunos.

Agradeço aos meus colegas de Mestrado e Doutorado, que passaram esses dois anos e meio estudando comigo, partilhando suas vidas e suas dificuldades, assim como me apoiando e me ajudando a continuar. Em especial, agradeço aos meus colegas que participaram mais intimamente de meu trabalho: Kauan Espósito da Conceição, Heliel Ferreira dos Santos e Fabiane Marcondes Guimarães.

Às escolas EE Caetano de Campos e EE Padre Sabóia de Medeiros, que abriram as portas para que fizéssemos a pesquisa com os aprendizes com necessidades educacionais especiais.

Agradeço à professora doutora Maria Cláudia Regis, professora da sala de recursos da EE Padre Sabóia de Medeiros, em 2010/2011, a disponibilidade e atenção que me concedeu durante as pesquisas com as aprendizes surdas.

Aos alunos que concederam suas imagens e tempo, contribuindo para que este trabalho pudesse ser concluído.

Ao Instituto Laramara a ajuda através dos números em Braille, impressos em folha adesiva, em especial ao Renato José, Revisor/Consultor Braille e Qualidade do Laramara, pela atenção e disponibilidade em realizar o processo de entrega dos números.

Aos meus colegas e professores da graduação que me incentivaram e me apoiaram durante toda a pesquisa de Mestrado.

Aos meus colegas de trabalho pelo apoio e confiança, em especial a Professora Thais, de Biologia, e a Professora Silvia, de Matemática, pela amizade, por acreditarem no meu potencial, e por me encorajarem nos momentos difíceis da minha vida.

Agradeço á professora Elza, minha primeira professora, na escola EMEI João de Deus Bueno dos Reis, que iniciou e despertou em mim o gosto por estudar. Às professoras que lecionaram para mim na EMEF Conde Pereira Carneiro, em especial à professora Maria de Lourdes que me deu aula na primeira série, através de quem descobri a vocação de lecionar. A todos os meus professores da EE Professor Isaltino de Mello, que me apoiaram, e que participaram da minha formação, em especial, agradeço ás professoras de Matemática, Professora Mariza e Professora Mônica, o apoio e a amizade e à Professora Leiko, de Química, que infelizmente não está mais aqui para ver os frutos de seus conselhos.

Agradeço a professora Marilene, minha professora de Língua Portuguesa e Francês a sua disponibilidade de fazer a revisão desta dissertação de Mestrado, a sua amizade, a sua dedicação, os seus conselhos e seus ensinamentos, sempre construtivos.

A todos os meus amigos que torceram para que este projeto fosse realizado. E a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para que meu sonho fosse realizado.

RESUMO

Este estudo teve como objetivo investigar o papel das ferramentas materiais vistas como um elemento de mediação entre o conceito matemático de matrizes e os aprendizes cegos e os aprendizes surdos inseridos em sala de aula regular de ensino. Acreditando que não há impedimento para que esses aprendizes se desenvolvam como seus pares que podem ver e ouvir, desenvolvemos a ferramenta material MATRIZMAT que facilita o acesso as representações de matrizes, dando-se esse acesso por estímulos táteis, para os aprendizes cegos, e estímulos visuais, para os aprendizes surdos.

Apoiados na metodologia do *Design Experiments* (COBB ET.AL., 2003) planejamos uma sequência de atividades para discutirmos algumas noções ligadas ao conceito de matrizes.

As análises fundamentadas nos trabalhos de Vygotsky (2002) também tiveram o aporte de pesquisadores contemporâneos como Oliveira (1999), Rego (2004) e Hazin e Meira (2004). Essas análises apontaram que a ferramenta material, planejada para oferecer os estímulos adequados às necessidades dos aprendizes, foi fundamental para que os aprendizes pudessem ter acesso a uma representação de matrizes. Outro ponto a ser destacado é o caráter manipulativo da ferramenta que facilitou a compreensão especialmente das noções de igualdade e a adição de matrizes.

Palavras-chave: Mediação, Matrizes, Ferramenta MATRIZMAT, Aprendizes Cegos e Aprendizes Surdos, Educação Matemática Inclusiva.

ABSTRACT

This aim of this study was investigate the role of material tools seen as an element of mediation between the mathematical concept of matrices and blind students and deaf students inserted into regular classroom teaching. Believing that there is no impediment for these students to develop as their peers who can see and listen, we developed the material tool MATRIZMAT that facilitates access to representations of matrices, giving access to it by tactile stimuli for the blind students, and stimuli visual for deaf students.

Supported on the methodology of Design Experiments (COBB ET.AL., 2003) we planned a sequence of activities to discuss some notions related to the concept of matrices. Our analyses based on the work of Vygotsky (2002) and contemporary researchers as Oliveira (1999), Rego (2004) and Hazin and Meira (2004).

These analyses showed that the material, designed to offer the appropriate stimuli to the needs of students, it was essential for learners to have access to a representation of matrices. Another point to be highlighted is the manipulative character of the tool that facilitated the understanding of especially notions of equality and addition of matrices.

Key-words: Mediation, Matrices, MATRIZMAT, Blind Students and Deaf Students, Mathematics Education Inclusive.

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS, QUADROS E TABELAS

ÍNDICE DE TRECHOS TRANSCRITOS

SUMÁRIO

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

DV – Deficiente visual.

EJA – Educação de Jovens e Adultos.

INES – Instituto Nacional de Educação de Surdos.

L1 – LIBRAS (Língua Brasileira de Sinais) – Primeira língua dos surdos.

L2 – Língua Portuguesa; Linguagem oral e/ou escrita – segunda língua dos surdos.

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação (Lei nº 9394/96).

MEC/INEP – Ministério da Educação e Cultura / Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.

NEE – Necessidades Educacionais Especiais.

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático.

PSH – Psicologia Sócio Histórica.

“Os estudos sobre as mudanças educativas das crianças surdas são muito numerosos e abordam todas as dimensões do desenvolvimento” (MARCHESI, 2004, p. 176).

Recentemente, estudos no campo da Educação Matemática, têm se preocupado com questões que envolvem uma sala de aula regular. Alguns dos aprendizes que dela participam são considerados aprendizes com necessidades educacionais especiais.

Este trabalho se enquadra no grupo de pesquisas que discutem o processo de mediação, estudado por Vygotsky. A título de exemplo, citamos Fernandes (2004) que investiga o processo de mediação em situações instrucionais desenvolvidas em sala de aula inclusiva. Neste estudo focamos, mais especificamente, a importância dos sistemas mediadores para facilitar o acesso a alguns conceitos de matrizes para aprendizes cegos e aprendizes surdos.

De acordo com minha experiência pessoal como professora, presenciei cenas nas escolas que me preocuparam muito. Alguns professores julgavam-se não estar preparados para receber um aprendiz com necessidades educacionais especiais. Eles reclamavam que não possuíam formação e que a escola não tinha estrutura para eles.

Nas escolas em que tive a oportunidade de lecionar como eventual, havia muitos comentários sobre o assunto; e eram sempre os mesmos: “Não estamos preparados para receber um aluno especial”. Essa frase ficou marcada em mim, e corrobora com o que apontam Fernandes e Healy (2007):

> Na verdade, nós não encontramos professores que afirmem estarem preparados para receber em classe um aluno com necessidades educacionais especiais. Eles reconhecem que a inclusão é um processo que exige aperfeiçoamento constante, no entanto, declaram que não receberam formação para trabalhar com educandos portadores de necessidades educacionais especiais, seja em sua formação inicial ou continuada (p. 73).

Na tese de Fernandes (2008), encontramos também declarações de professores que não se sentem preparados para tal desafio.

> As dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem pelos professores não se restringem aos alunos com necessidades educacionais especiais, mas sim a todos os alunos. Obviamente os professores, cidadãos críticos questionam sua formação acadêmica que não os preparou para ajustar o seu fazer pedagógico às necessidades dos seus alunos, tenham eles necessidades educacionais especiais ou não (p. 116).

Durante minha formação inicial, também não tive preparação para lidar com esse tipo de situação em sala de aula. Tudo o que se ouvia era que a Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS) estaria perto de entrar no curso, e que seria obrigatória para todas as Licenciaturas. No entanto, até o ano de 2007, quando ainda cursava a Universidade, o cumprimento dessa lei estava em processo de implementação nos cursos de Licenciaturas em diversas universidades.

No DECRETO Nº 5.626, DE 22 DE DEZEMBRO DE 2005, o Capítulo II - DA INCLUSÃO DA LIBRAS COMO DISCIPLINA CURRICULAR, lê-se no artigo 3:

> A Libras deve ser inserida como disciplina curricular obrigatória nos cursos de formação de professores para o exercício do magistério, em nível médio e superior, e nos cursos de Fonoaudiologia, de instituições de ensino, públicas e privadas, do sistema federal de ensino e dos sistemas de ensino dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios.
>
> § 1º Todos os cursos de licenciatura, nas diferentes áreas do conhecimento, o curso normal de nível médio, o curso normal superior, o curso de Pedagogia e o curso de Educação Especial são considerados cursos de formação de professores e profissionais da educação para o exercício do magistério (PLANALTO, 2005).

Nos últimos anos, embora lentamente, a implementação da lei tem acontecido nos cursos de licenciatura.

Refletindo sobre as experiências que tive como estudante no curso de Licenciatura em Matemática e também como docente, percebi a importância que devemos dar às pesquisas no campo da Educação Inclusiva, pois não seria justo esquecer estes aprendizes, ou tratá-los de maneira diferente, uma vez que as leis de educação brasileira asseguram a inclusão dos aprendizes com necessidades educacionais especiais; e para isto acontecer com muita propriedade, precisamos também do respaldo das pesquisas científicas.

Esta pesquisa insere-se no Projeto *Rumo à Educação Matemática Inclusiva*[1] (2010), coordenado pela Professora Doutora Lulu Healy, que tem por objetivo preparar recursos materiais que sustentem práticas matemáticas de aprendizes com necessidades visuais e auditivas.

Uma vez escolhidos os sujeitos de pesquisa, escolhemos então o objeto matemático a ser trabalhado com estes aprendizes. Também para a escolha do objeto matemático houve algo que nos impulsionasse à escolha. Neste caso, escolhemos matrizes, que motivou-nos em primeiro lugar devido ao número reduzido de pesquisas envolvendo matrizes, e, em especial, dentre as referências consultadas, não apareceu nenhuma pesquisa científica que envolvesse matrizes com aprendizes com limitações especiais.

Na Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008), o assunto matrizes faz parte do campo de Tratamento da Informação, salientando ser importante proporcionar ao aluno muito mais do que uma *perspectiva de organização e análise de dados*.

Com isso, demos início a este trabalho de pesquisa, com a intenção de trazer à sociedade um grande fulgor, de tornar verdadeira a questão da inclusão e de ajudar os aprendizes cegos e os aprendizes surdos, em especial.

Tratando da pesquisa, e, sendo de nosso interesse planejar ferramentas materiais que possam ser usadas como elemento de mediação entre o aprendiz com limitações auditiva ou visual, ou não, e o conceito matemático matriz, em salas inclusivas, o projeto de pesquisa foi dividido em três fases: Fase 1: Exploratória, Fase 2: Adição e Igualdade de Matrizes, e Fase 3: Análise do Procedimento Empírico.

Nossa pesquisa teve como propósito planejar ferramentas materiais usadas como elemento de mediação no processo de ensino de matrizes, para aprendizes com limitações visuais e aprendizes com limitações auditivas. Desenvolvemos uma

[1] Projeto Rumo à Educação Matemática Inclusiva financiado pela CAPES, processo no. 23038.019444/2009-33

ferramenta para representar matrizes que podem ser usadas nas aulas de matemática, atendendo à diversidade de aprendizes presentes nas salas de aulas.

Para atender às necessidades de um trabalho de pesquisa, estruturamos a seguinte questão de pesquisa.

- *Qual o papel das ferramentas materiais, no processo de ensino do conceito de matriz para aprendizes cegos e aprendizes surdos do Ensino Médio, inseridos em escolas regulares de ensino?*

Este trabalho foi estruturado em sete capítulos. No **primeiro capítulo** relataremos alguns pontos sobre a Educação Inclusiva no Brasil, faremos um levantamento de dados estatísticos, sobre o número de surdos e de cegos em nosso país, abordaremos algumas leis que regem o trabalho com aprendizes, com necessidades educacionais especiais.

No **segundo capítulo** exporemos alguns estudos sobre aprendizes cegos e sobre aprendizes surdos. Relataremos algumas pesquisas que envolvem não somente aprendizes especiais, mas a Educação Matemática em geral.

No **terceiro capítulo** apresentaremos um breve estudo sobre o nosso objeto matemático – Matrizes. Abordaremos a apresentação de alguns conceitos matemáticos que envolvem matrizes, assim como apresentaremos a discussão de alguns autores de Livros Didáticos sobre este objeto.

Para o **quarto capítulo** traremos discussões sobre o quadro teórico escolhido. Vygotsky (2002), que trata do assunto Mediação, e Oliveira (1999) e Rego (2004) complementam o quadro. Traremos ainda Hazin e Meira (2004), explorando conceitos sobre a Psicologia Sócio Histórica.

No **quinto capítulo** apresentaremos a metodologia empregada – *Design Experiments*, de Cobb et. al (2003) e mostraremos a ferramenta MATRIZMAT, desenvolvida para o estudo.

No **sexto capítulo**, ressaltaremos aspectos sobre o processo empírico com os aprendizes com limitações sensoriais.

Em nosso **sétimo capítulo,** serão apresentadas as considerações finais deste trabalho. Nele colocaremos nossas conclusões, algumas possibilidades de respostas, e possíveis ideias para trabalhos futuros, que englobem o contexto que foi trabalhado nesta pesquisa.

Procuramos com esta pesquisa contribuir para que surja uma nova geração de pesquisadores preocupados com a questão da inclusão dos aprendizes com limitações sensoriais.

CAPÍTULO 1

BREVE ESTUDO SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

Neste capítulo, abordaremos a questão da Educação Inclusiva, que vem se consolidando no Brasil. Apresentaremos alguns dados estatísticos sobre os números de alunos cegos e alunos surdos em nosso país e mostraremos as leis que oferecem respaldo para trabalhar com as diferenças em sala de aula.

1.1 EDUCAÇÃO INCLUSIVA

Há tempos a sociedade moderna vem se preocupando com aqueles que um dia estiveram à sua margem. Esta preocupação proporcionou uma nova visão, que busca oferecer condições igualitárias para todos. Nesse sentido, “uma nova concepção vai se consolidando em torno do conceito de escolas inclusivas” (COLL ET. AL., 2004, p. vii). Estas escolas buscam proporcionar oportunidades iguais a todos os aprendizes, independente de suas limitações sensoriais, cognitivas ou físicas. “Seu significado vai além da educação especial e aponta para a transformação da educação, no sentido de construir escolas de qualidade para todos os alunos” (IBID, p. vii).

Nesta pesquisa, centramos nossos estudos nas limitações auditivas e visuais, já que o número de aprendizes com tais características tem aumentado significativamente no ensino regular público.

Em busca de uma educação de qualidade para todos, movimentos políticos, educacionais e acadêmicos têm se mobilizado para que os aprendizes com necessidades educacionais especiais participem de uma escola de ensino regular, ou seja, para que estes aprendizes sejam serão tratados da mesma forma que os aprendizes regulares.

“As escolas inclusivas não surgem da noite para o dia, mas são gestadas mediante as atitudes positivas e a ação eficaz do conjunto da sociedade” (IBID, p. vii). A escola inclusiva não é feita somente com palavras, mas com a colaboração de todos, e com o interesse da comunidade e dos próprios aprendizes. O importante é que haja mobilização, já que “é a própria sociedade que aceita com maior ou menor facilidade o fato de que todos os alunos se adéquem durante o ensino obrigatório nas mesmas escolas” (IBID, p. vii).

Este trabalho busca oferecer uma contribuição neste sentido, propondo discussões em torno da Educação Inclusiva que sejam capazes de desenvolver oportunidades iguais de aprendizado.

Coll et. al. (2004, p. vii), complementam

> São as administrações dos sistemas educacionais que podem criar as melhores condições para que existam escolas inclusivas. São as escolas e a comunidade educativa que podem considerar que a educação na diversidade é um de seus principais critérios de qualidade. São, finalmente, os professores que podem aceitar com prazer o desafio que significa transformar sua prática docente para responder à diversidade dos alunos. O caminho para as escolas inclusivas é longo, cheio de avanços e retrocessos, e nele se evidencia a enorme incidência dos valores sociais na prática educativa.

Com isso, verifica-se a importância de um trabalho minucioso, realizado com os grandes mestres da educação, com todos que deste assunto sentem afeição, aqueles que fazem a diferença na sala de aula, aqueles que administram uma unidade escolar, e que colocam em prática as soluções mais viáveis e de mais interesse para o seu grupo escolar. A comunidade escolar é que deve encaminhar o processo educacional incluindo e formando aprendizes que sonham e que anseiam por uma educação de qualidade.

A escola brasileira tem passado por muitas reformas e essas reformas influenciam direta ou indiretamente no aprendizado, no processo da inclusão, no número de matrículas, dentre outros. Apresentamos a seguir dados que apontam a evolução no número de matrículas de aprendizes nas escolas brasileiras nos últimos anos.

1.2 Os números no Brasil

A Educação Inclusiva é um tema atual e busca proporcionar a todos as mesmas oportunidades educacionais. Sendo assim, a Educação Inclusiva é um assunto que tem se desenvolvido nos últimos tempos dentro da Educação Brasileira. Nesta perspectiva, os dados do Ministério da Educação e Cultura (MEC), em relação ao número de matrículas indicam a procura de um novo público no cenário educacional, estimulando e acelerando medidas que favoreçam a presença de um público novo nas escolas, despertando também pesquisas no campo da Educação e particularmente no campo da Educação Matemática Inclusiva.

De acordo com os dados publicados no MEC/INEP (2010), são 56.203.383 aprendizes matriculados na Educação Básica em 2002, seja em escolas de ensino público, seja em escolas de ensino particular. Já em 2010, oito anos depois, o Censo Escolar, que analisa dados de pesquisas realizadas anualmente pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP[2]), verificou que há 194.939 estabelecimentos de educação básica no Brasil. Há 51.549.889 aprendizes matriculados, dos quais 43.989.507, ou seja, 85,4% estão matriculados em escolas públicas, os demais 7.560.382 aprendizes, correspondem aos 14,6%, que estão na rede privada (Ver Anexo 1).

Analisando os dados de 2010, verificamos que dos 51.549.889 aprendizes matriculados 43.650.250 estão matriculados no Ensino Fundamental, Ensino Médio, e Educação de Jovens e Adultos - EJA (Ver Anexo 2) e os demais estão matriculados na Creche, pré-escola, Educação Profissional e Educação Especial. A partir desta análise, verificamos ainda que do total de aprendizes matriculados nas escolas de todo o país, as matrículas dos aprendizes que estão enquadrados na linha que chamamos de Educação Especial somam 218.271 em Classes Especiais mais Escolas Exclusivas, e 484.332 em Classes Comuns (Alunos Incluídos). Vale ressaltar que estes números dizem respeito ao total de aprendizes matriculados em diferentes instituições de ensino, seja ela privada, federal, estadual ou municipal.

[2] Órgão que realiza "*o mais relevante e abrangente levantamento estatístico sobre a educação básica no país*" (MEC/INEP, 2010, p. 01).

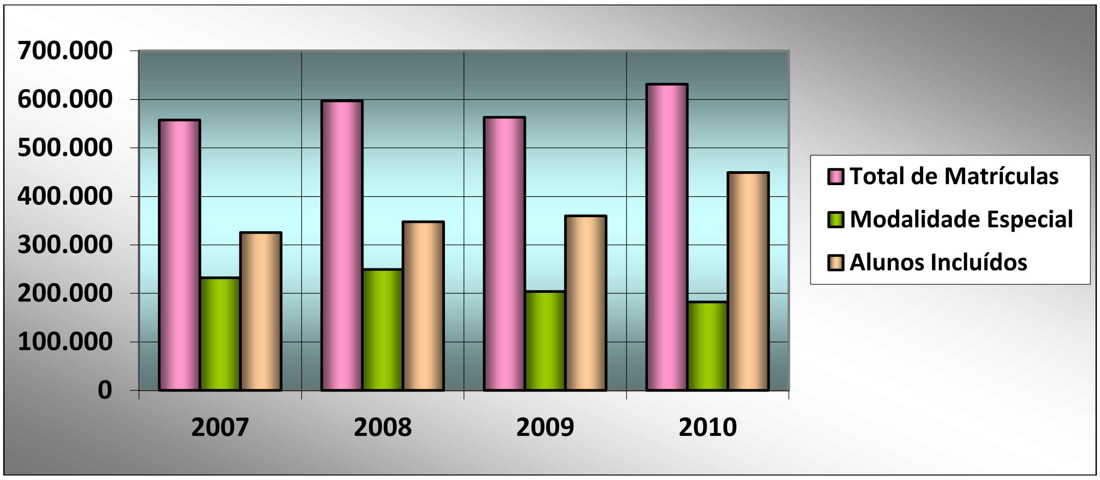
Outro ponto a ser destacado, relaciona-se às instituições de ensino mais procuradas pelos aprendizes com necessidades educacionais especiais. Verificamos que as escolas públicas são as mais procuradas, totalizando em 2010, 187.824 matrículas realizadas em escolas estaduais e 343.318 matrículas realizadas em escolas municipais do país, onde 159.008 matrículas são de aprendizes incluídos no Sistema de Ensino Estadual, e 297.526 do Sistema de Ensino Municipal. As escolas federais oferecem poucas vagas destinadas ao ensino básico, consequentemente também recebem poucos aprendizes especiais; em 2010 foram somente 702 aprendizes matriculados.

Tratando-se de modo particular da Educação Especial no Brasil, durante o período de 2007-2010, (Gráfico 1.1) temos que, em 2007 foram matriculados na Educação Básica um total de 557.531 aprendizes com algum tipo de necessidade educacional especial, destes 49,6% são aprendizes pertencentes à modalidade especial de ensino, e 50,4% aprendizes pertencentes à modalidade de alunos incluídos.

Em 2008, matricularam-se 596.904 aprendizes, destes 41,8% aprendizes são da modalidade especial de ensino e 58,2% são aprendizes incluídos. Já em 2009, foram registradas 563.102 matrículas de aprendizes especiais, destas 36,2% matrículas referem-se aos aprendizes de modalidade especial, e as demais 63,8% matrículas são de aprendizes incluídos. Finalmente, o último registro sobre as matrículas destes aprendizes foram realizadas em 2010, totalizando 631.383 aprendizes especiais matriculados, dos quais 28,6% são matrículas da modalidade especial e 71,4% da modalidade alunos incluídos.

Fazendo uma análise dos dados acima, podemos observar um aumento gradativo no número de matrículas nas escolas públicas de aprendizes com necessidades sensoriais e, consequentemente, uma queda nas escolas privadas.

Gráfico 1.1: Número de matrículas na Modalidade Especial (2007-2010)*



**Dados retirados do Censo de 2010, no portal do MEC/INEP*

Um olhar mais atencioso quanto às entidades de ensino mostra que o órgão público é responsável por receber o maior número de matrículas em suas escolas. Os órgãos públicos somam um total de 75,8% contra 24,2% das escolas de ensino particular (Ver Anexo 3), em escolas de modalidade especial e de ensino regular.

O quadro abaixo ilustra como foram sendo desenvolvidas as matrículas de aprendizes com necessidades educacionais especiais, em escolas de ensino regular no Brasil.

Tabela 1.1: Aumento de matrículas de Aprendizes Incluídos (2007-2010)*

Ano	Total de Matrículas	Escolas de Ensino Regular (Aprendizes Incluídos)	Escolas de Ensino Regular (Aprendizes Incluídos) – (%)	Aumento por período (%)
2007	557.531	281.107	50,4	-
2008	596.904	347.626	58,2	2007-2008 (7,8)
2009	563.102	359.282	63,8	2008-2009 (5,6)
2010	631.386	449.192	71,1	2009-2010 (7,3)

**Dados retirados do Censo de 2010, no portal do MEC/INEP*

Em se tratando especificamente do Ensino Médio, os Anexo 4 e Anexo 5 que traçam um paralelo entre as matrículas realizadas nas escolas de ensino especial e as escolas de ensino regular, evidenciam um significativo aumento de matrículas no ensino regular. Em 2007, o ensino regular acolheu 13.306 aprendizes com algum tipo de necessidade educacional especial, contra 2.806 aprendizes com características semelhantes matriculados em escolas de educação especial. Já em

2010, vimos que a escola regular recebeu 27.695 matrículas e a escola de educação especial 972, mostrando de forma lúcida o aumento das matrículas.

1.3 AS LEIS

A lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, denominada Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) vem estabelecer os caminhos que a educação nacional deve seguir. Dividida em capítulos, trata especialmente da educação para os aprendizes com necessidades educacionais especiais, no Capítulo V (Da Educação Especial). De acordo com o artigo 59:

> Os sistemas de ensino assegurarão aos educandos com necessidades especiais: I - currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específicos, para atender às suas necessidades (MEC/INEP, 2011, p. 17).

Este artigo destaca que aprendizes com necessidades educacionais especiais precisam de formas inovadoras de ensino e de aprendizagem, para que possam alcançar os mesmos conhecimentos que seus pares. O mesmo artigo, considera a importância do papel do professor, para que a educação desses aprendizes seja assegurada:

> Professores com especialização adequada em nível médio ou superior, para atendimento especializado, bem como professores do ensino regular capacitados para a integração desses educandos nas classes comuns (MEC/INEP, 2011, p. 18).

De acordo com o que foi colocado, um dos pontos fundamentais para a educação é ter um professor com formação adequada para lecionar. É de fato, importante o investimento na formação do professor, que deve estar capacitado para atender a diversidade.

Vale ressaltar ainda o parágrafo único do Artigo 60 que aponta:

> O Poder Público adotará, como alternativa preferencial, a ampliação do atendimento aos educandos com necessidades especiais na própria rede pública regular de ensino, independentemente do apoio às instituições previstas neste artigo (MEC/INEP, 2011, p. 18).

Confirmando esse compromisso, uma das ações do governo foi a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – Adaptações Curriculares: Estratégia para a Educação de Alunos com Necessidades Educacionais Especiais (1998). No PCN: Adaptações Curriculares (1998), encontramos diversas informações sobre as mais diferentes necessidades sensoriais. Este documento preocupa-se em orientar o corpo escolar em como auxiliar aprendizes que possuem algum tipo de necessidade educacional especial. Os documentos que oficializam e dão suporte à Educação Inclusiva foram criados para auxiliar aqueles que fazem a diferença no âmbito escolar: os professores e todos que fazem parte da comunidade escolar. Segundo este mesmo documento,

> a inclusão escolar constitui, portanto, uma proposta politicamente correta que representa valores simbólicos importantes, condizentes com a igualdade de direitos e de oportunidades educacionais para todos, em um ambiente educacional favorável. Impõe-se como uma perspectiva a ser pesquisada e experimentada na realidade brasileira, reconhecidamente ampla e diversificada. (BRASIL, 1998, p. 17)

Ou seja, esperamos que a sociedade acolha as diferenças para que aconteça o movimento da inclusão nas escolas. Há um desejo de conscientização para que este sistema possa funcionar.

Uma das propostas do PCN: Adaptações Curriculares é quebrar paradigmas da educação brasileira para que possamos trabalhar com o modelo *inclusivista*[3], "o plano teórico-ideológico da escola inclusiva requer a superação dos obstáculos impostos pelas limitações do sistema regular de ensino" (IBID, p.17).

Este documento coloca ainda que

> A lei nº 9.394 – de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – respalda, enseja e oferece elementos para a transformação requerida pela escola de modo que atenda aos princípios democráticos que a orientam (IBID, p.19).

O PCN: Adaptações Curriculares, a respeito do desenvolvimento intelectual do aprendiz diz que, "a atenção à diversidade deve se concretizar em medidas que

[3] Termo utilizado no texto do PCN: Adaptações Curriculares para indicar um modelo de inclusão em escolas regulares de ensino por aprendizes com necessidades educacionais especiais.

levam em conta não só as capacidades intelectuais e os conhecimentos dos alunos, mas, também, seus interesses e motivações" (IBID, p. 23).

Entretanto o PCN+ (2002) traz também informações sobre o novo Ensino Médio. Este documento relata que

> o novo ensino médio, nos termos da lei, de sua regulamentação e de seu encaminhamento, deixa de ser, portanto, simplesmente preparatório para o ensino superior ou estritamente profissionalizante, para assumir necessariamente a responsabilidade de completar a educação básica. Em qualquer de suas modalidades, isso significa preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para o aprendizado permanente, em eventual prosseguimento dos estudos ou diretamente no mundo do trabalho. As transformações de caráter econômico, social ou cultural que levaram à modificação dessa escola, no Brasil e no mundo, não tornaram o conhecimento humano menos disciplinar em qualquer das três áreas em que o novo ensino médio foi organizado (BRASIL, 2002, p. 8).

Ou seja, há certa preocupação com o futuro do jovem aprendiz, estudar não visa simplesmente a retenção de conhecimento, mas a preparação para uma vida em sociedade. De acordo com o PCN+ (2002, p. 11), os objetivos da Educação Básica foram reformulados, a nova educação, como é chamada, traz metas e objetivos mais abertos que o projeto pedagógico antigo.

O PCN: Adaptações Curriculares (1998) é um currículo que não tem por objetivo dar à luz um novo currículo para a educação brasileira, porém visa modificar as normalidades encontradas nos PCNs, que, por sua vez, "constituem, pois, possibilidades educacionais de atuar frente às dificuldades de aprendizagem dos alunos" (p. 33). O PCN: Adaptações Curriculares implica numa adaptação ao currículo regular "quando necessário, para torná-lo apropriado às peculiaridades dos alunos com necessidades especiais" (p. 33). Como colocado anteriormente, seu objetivo não é a criação de um currículo novo, mas é favorecer um currículo diferençável e dinâmico.

Nesse sentido, "as adaptações curriculares implicam a planificação pedagógica e a ações docentes fundamentadas em critérios que definem" (BRASIL, 1998, p. 33):

• o que o aluno deve aprender;

• como e quando aprender;

• que formas de organização do ensino são mais eficientes para o processo de aprendizagem;

• como e quando avaliar o aluno.

No PCN: Adaptações Curriculares (1998) encontram-se dois quadros, um deles diz respeito às Adaptações Curriculares não significativas do Currículo (p. 35), e o outro diz respeito às Adaptações Curriculares Significativas (p. 38-39), ao qual nos dirigimos com mais atenção. Segue abaixo o quadro.

Tabela 1.2: Adaptações Curriculares Significativas *

QUADRO II
Adaptações Curriculares Significativas Elementos curriculares modalidades adaptativas
Objetivos
• eliminação de objetivos básicos • introdução de objetivos específicos, complementares e/ou alternativos
Conteúdos
• introdução de conteúdos específicos, complementares ou alternativos; • eliminação de conteúdos básicos do currículo
Metodologia e Organização Didática
• introdução de métodos e procedimentos complementares e/ou alternativos de ensino e aprendizagem • introdução de métodos e procedimentos complementares e/ou alternativos de ensino e aprendizagem • organização • introdução de recursos específicos de acesso ao currículo
Avaliação
• introdução de critérios específicos de avaliação • eliminação de critérios gerais de avaliação • adaptações de critérios regulares de avaliação • modificação dos critérios de promoção
Temporalidade
• prolongamento de um ano ou mais de permanência do aluno na mesma série ou no ciclo (retenção)

Fonte: Manjón, op. Cit., 1995, p. 89

** Retirado de PCN: Adaptações Curriculares (1998), p.38-39.*

Este quadro busca ilustrar o que os PCN: Adaptações Curriculares (1998) propõem como adaptações significativas para favorecer o trabalho com os aprendizes com necessidades educacionais especiais, de modo que esses tenham um papel ativo e participativo no desenvolvimento de sua vida escolar.

No próximo capítulo, seguimos apresentando a perspectiva sociocultural de Vygotsky e de autores contemporâneos.

CAPÍTULO 2

APRENDIZES CEGOS E APRENDIZES SURDOS E A PERSPECTIVA SOCIOCULTURAL

“[...] Vygotsky defendia uma escola que se abstivesse de isolar essas crianças e, em vez disso, integrasse-as tanto quanto possível na sociedade. As crianças deveriam receber a oportunidade de viver junto com as pessoas normais” (VEER E VALSINER, 2001, p. 75).

Segundo Veer e Valsiner (2001), Vygotsky desejava que aprendizes com necessidades educacionais especiais dividissem o ambiente escolar com os seus pares considerados normais. Ele defendia a ideia de que “participando da vida social em todos os seus aspectos, as crianças iriam, em um sentido metafórico, superar sua cegueira e sua surdez” (VEER E VALSINER, 2001, p. 76).

Vygotsky acreditava que a exclusão social poderia provocar nas pessoas com necessidades especiais um sentimento de menos valia que, em alguns casos, os impediria de sentirem-se preparados para viver em sociedade.

Fernandes (2004, p. 30) corrobora e, de acordo com ela:

> Vygotsky afirmava que as deficiências como cegueira, surdo-mudez, ou retardamento mental congênito afetam, antes de tudo, as relações sociais das crianças e não suas interações diretas com o ambiente físico.

A relação com a sociedade transforma o indivíduo, influenciando sua vida e trazendo consequências que farão parte da sua formação como pessoa.

> A partir do espaço social que lhe é conferido ou obtido, o indivíduo agente empírico desempenha papéis que permitirão a elaboração de uma identidade mais ou menos sólida, respeitada, gratificante (VELHO, 2008, p. 47).

De acordo com os estudos de Veer e Valsiner (2001, p. 91), para Vygotsky, aprendizes cegos e aprendizes surdos possuíam a mesma capacidade intelectual que um aprendiz regular - “para Vygotsky, portanto, a cegueira e a surdez não eram nada mais do que a falta de possíveis vias para a formação de reflexos condicionados com o ambiente” (p. 76). Vygotsky se dispõe ainda, a oferecer uma possível solução para estes casos:

> A solução era simplesmente a substituição da via tradicional por uma outra e, consequentemente, não era necessária nenhuma teoria especial para o tratamento de crianças surdas ou cegas (VEER E VALSINER, 2001, p. 76).

Parece óbvia a solução, no entanto, devemos saber como substituir e estudar a via de substituição a ser utilizada. A seguir destacamos alguns aspectos particulares dos aprendizes cegos e dos aprendizes surdos.

2.1 O APRENDIZ CEGO

“A cegueira é um tipo de deficiência sensorial e, portanto, sua característica mais central é a carência ou comportamento de um dos canais sensoriais de aquisição da informação, neste caso o visual. Isto, obviamente, tem consequências sobre o desenvolvimento e a aprendizagem, tornando-se necessário elaborar sistemas de ensino que transmitam, por vias alternativas, a informação que não poderia ser obtida através dos olhos” (OCHAÍTA E ROSA, 1995, p.183).

A ausência de um dos sentidos no aprendiz não implica que ele seja mais ou menos capaz intelectualmente.

> As crianças cegas não têm uma inteligência inferior, elas podem demonstrar suas habilidades em muitas áreas. No entanto, sentem-se excluídas da escola, pois os métodos utilizados não contribuem para despertar todo o potencial que possuem (AMORIM, CARVALHO E MENEZES, 2011, p. 4).

A proposta deste trabalho compartilha das considerações desses autores. De modo geral, os métodos utilizados em sala de aula são padronizados de acordo com o biótipo considerado dentro dos padrões normais, assim, existem determinadas situações que o cego não consegue realizar devido a falta de visão e, por esta causa, são “excluídos” da escola.

De acordo com Veer e Valsiner (2001), Vygotsky ao falar sobre a Pedagogia a ser adotada com aqueles que têm necessidades educacionais especiais revela:

> Que verdade libertadora para o pedagogo: o cego desenvolve uma superestrutura psicológica com base na função falha, com uma única tarefa: substituir a visão; o surdo de todas as maneiras desenvolve meios de superar o isolamento e a reclusão da mudez!... Não sabíamos que um defeito não é apenas pobreza psicológica, mas também uma fonte de riqueza, não só fraqueza, mas também uma fonte de força (VYGOTSKY, 1927c, pp. 40-1 apud VEER E VALSINER, 2001, pp. 80-81).

De acordo com o apresentado por Vygotsky é possível ter acesso ao conhecimento, mesmo quando nos falta de um dos nossos sentidos. Por esse aspecto há uma mudança psicológica que promove a reestruturação do organismo e que viabiliza o acesso aos conhecimentos. O aprendiz com necessidade educacional especial “se desenvolve como qualquer outra, porém de um modo particular” (FERNANDES, 2004, p. 30-31 apud VYGOTSKY, 1997, p. 379).

De acordo com essa posição de Vygotsky, iniciamos nossos estudos partindo do pressuposto de que os aprendizes cegos têm potencial para aprender tanto quanto os aprendizes regulares utilizando outros meios para substituir a visão.

> Em qualquer caso, apesar dos problemas de acesso à informação que têm as crianças cegas, o funcionamento do sistema psicológico humano é muito plástico e, consequentemente, pode ser construído na ausência de um sistema sensorial tão importante como a visão, utilizando vias alternativas (OCHAÍTA, 1993 apud OCHAÍTA E ESPINOSA, 2004, p. 151).

De acordo com a citação acima, mais importante do que levar-se em consideração a quantidade de sistemas sensoriais que um aprendiz possui, é pensar na forma em que o sistema psicológico humano funciona. “Portanto, as crianças não videntes têm de construir seu sistema psicológico **compensando**, no sentido vygotskyano do termo, suas deficiências” (OCHAÍTA E ESPINOSA, 2004, p. 152).

Para entender como seria a compensação vista sob a perspectiva de Vygotsky, Ochaíta e Espinosa (2004, p. 152) apresentam o seguinte argumento:

> Quando se fala em compensação, não se está dizendo que a afetação do sistema visual acarreta a hipertrofia dos demais sistemas sensoriais. Os cegos não têm patamares sensoriais mais baixos que os videntes. Portanto, a compensação refere-se à plasticidade do sistema psicológico humano para utilizar em seu desenvolvimento e sua aprendizagem vias alternativas que as usadas pelos videntes.

Ou seja, o aparato psicológico humano é capaz de fazer todo esse gerenciamento para suprir a ausência de um dos sistemas sensoriais. É através de atividades que envolvem esquemas sensório-motores que as crianças começam a se desenvolver.

> As vias alternativas que a criança cega tem de pôr em prática para realizar esse tipo de atividades constituem outro prodígio de adaptação do desenvolvimento humano (OCHAÍTA E ESPINOSA, 2004, p. 156).

São essas vias alternativas que proporcionam ao aprendiz cego o desenvolvimento do mesmo potencial esperado para seus pares videntes. A linguagem é uma dessas vias alternativa, seja ela oral, ou escrita em Braille.

Os cegos não possuem grandes dificuldades com a questão da linguagem. Segundo estudos de (OCHAÍTA E ESPINOSA, 2004, p. 159 apud OCHAÍTA, 1993; PÉREZ PEREIRA E CASTRO, 1994), não se encontram problemas, no desenvolvimento da linguagem, com aprendizes que possuam algum grau de cegueira, ou aprendizes totalmente cegos.

De acordo com Ochaíta e Espinosa (2004), a idade na qual os cegos começam a desenvolver a linguagem é semelhante à idade dos videntes. As diferenças que aparecem são as primeiras palavras pronunciadas por ambos os aprendizes; os videntes pronunciam, num primeiro momento, nomes relacionados a animais, enquanto os cegos, pelo fato da sua limitação de espaço, acabam aprendendo primeiro alguns objetos dos quais eles possuem algum tipo de contato no lar.

Um segundo sistema de comunicação que os aprendizes cegos utilizam é o Braille, um sistema

> utilizado universalmente na leitura e na escrita por pessoas cegas, foi inventado na França por Louis Braille, um jovem cego, reconhecendo-se o ano de 1825 como o marco dessa importante

> conquista para a educação e a integração dos deficientes visuais na sociedade (INSTITUTO BENJAMIN CONSTANT, 2012).

Essa linguagem escrita, formada por pontos em relevo, com 63 símbolos diferenciados, "são empregados em textos literários nos diversos idiomas, como também nas simbologias matemática e científica, em geral, na música e, recentemente, na Informática" (INSTITUTO BENJAMIN CONSTANT, 2012).

2.2 O APRENDIZ SURDO

> "*Os surdos têm uma inteligência semelhante a dos ouvintes, não sendo encontrados atrasos nos diferentes fatores que configuram o desenvolvimento sensório-motor, salvo na escala da imitação vocal*" (MARCHESI, 1995, p. 202).

Muitas vezes, por falta de conhecimento, acreditamos que aprendizes com limitações especiais não possuem a mesma capacidade que os aprendizes regulares. No entanto, Marchesi (1995) mostra que isto não é verdade e que os surdos possuem a capacidade cognitiva semelhante a dos ouvintes.

> Inúmeros mitos circulam na escola regular sobre o aluno surdo, relacionados a sua capacidade de leitura labial e a seu aproveitamento em sala de aula, bem como a questão da língua de sinais e do alfabeto manual (REILY, 2004, p.113).

A autora descreve alguns mitos dos quais destacamos: "os problemas escolares se resolvem se tiver um intérprete de língua de sinais". Segundo a autora, a presença de intérprete, sala de recursos, dentre tantos serviços, muitas vezes, não são suficientes para integrar o aprendiz surdo. Ele precisa interagir melhor com o professor e seus colegas e para isto sua integração deve ser mediada pela linguagem. Outro mito destacado por Reily (2004) é que "os alunos surdos são todos iguais". A autora afirma que, ao entrar na escola, muitos rótulos já são colocados no aprendiz surdo, caracterizando-os como sendo todos iguais, como por exemplo:

> - Uma criança não diagnosticada, pode ter sido rotulada como desatenta, não falante, hiperativa, birrenta;

- Um aluno diagnosticado com perda auditiva leve ou moderada cuja fala apresenta algumas alterações compatíveis com o que ele não houve (REILY, 2004, p. 125).

Coll e Colaboradores (2004) apontam pontos importantes em defesa da inclusão de aprendizes surdos na escola regular, entre as quais destacamos:

- As expectativas e os estímulos para a aprendizagem são maiores nas escolas de integração.
- A integração prepara a futura e necessária integração das pessoas surdas na vida ativa e profissional.
- A integração deve ser feita nas condições adequadas, pois de outra forma seria negativa. Entre essas condições, é preciso destacar a existência de um projeto educacional e curricular da escola, que leve em conta a realidade das crianças surdas: professores preparados, incorporação de vários alunos surdos em cada classe e utilização da comunicação visual (COLL ET AL., 2004, p. 191).

Sobre as práticas pedagógicas os PCN: Adaptações Curriculares indicam o uso de recursos específicos para os deficientes auditivos, como: "... material visual e outros de apoio, para favorecer a apreensão das informações expostas verbalmente" (BRASIL, 1998, p. 46). Acreditamos que a comunicação visual é um ponto primordial quando se fala em surdos. Nesta direção a ferramenta material usada neste estudo intenciona oferecer estímulos visuais que auxiliem os surdos a apropriarem-se de alguns conceitos relacionados a matrizes.

De acordo com Veer e Valsiner (2001), outro ponto importante apresentado – a fala.

> Pois a fala é não somente um instrumento de comunicação, mas também um instrumento de pensamento; a consciência desenvolve-se principalmente com a ajuda da fala e origina-se na experiência social (VYGOTSKY, 1924, p. 78 apud VEER E VALSINER, 2001, p. 77).

A linguagem que o surdo geralmente utiliza para se comunicar é a língua de sinais, onde se criam símbolos que significam palavras, letras ou frases. Para o surdo é a Língua Brasileira de Sinais sua primeira língua.

Coll e Colaboradores (2004), discutindo em particular a integração de surdos em escolas regulares, mostram as duas faces da moeda. Quando alguns acreditam que seria uma ótima ideia incluir esses aprendizes em uma sala de aula regular, outros, por sua vez, não compartilham da mesma fé. Eles dispõem das razões apontadas por aqueles que discordam particularmente da inclusão de aprendizes surdos:

> - A integração marginaliza a linguagem de sinais, que é necessária para a comunicação das pessoas surdas e para a construção de sua própria identidade.
> - Os professores das escolas de ouvintes não têm formação suficiente.
> - Os alunos surdos têm sérias dificuldades de comunicação oral e, por isso, a integração social com seus colegas pode não ocorrer, mesmo estando na mesma turma.
> - Os alunos surdos não podem acompanhar as informações transmitidas oralmente, o que leva a aumentar seus problemas de aprendizagem (COLL ET AL., 2004, p. 190).

Notavelmente, a visão que se tinha, quando Coll e Colaboradores (2004) publicaram, não está muito distante da realidade nossa, nos tempos atuais. No entanto, temos também estudiosos que dedicaram seus estudos a pesquisar os processos de ensino e de aprendizagem de aprendizes cegos, como Fernandes (2004, 2008), Martins (2010), Fernandes e Healy (2007) e de aprendizes surdos como Sierra (2009), Sales (2009) e Souza (2010), dentre outros autores que ofereceram contribuições, no campo da pesquisa em Educação Matemática e Educação Inclusiva.

2.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Em nossa revisão bibliográfica, não encontramos pesquisas, até a presente data, que abordassem o estudo de matrizes por aprendizes cegos ou por aprendizes surdos. No entanto, encontramos dissertações, teses e outros trabalhos, que ofereceram parâmetros para nosso estudo.

A dissertação de Mestrado de Sanches (2002) não envolve aprendizes com limitações sensoriais, no entanto, aborda o objeto matemático matriz. Segundo Sanches (2002), não foram encontrados muitos trabalhos sobre Matrizes. A autora propõe um método diferenciado para o ensino de matriz que parte dos conceitos espontâneos dos aprendizes, propondo uma sequência de atividades, com o objetivo de elevar esses conceitos ao nível científicos. Segundo a autora, esse objetivo é alcançado, quando os professores propiciam condições instrucionais, para que ocorra essa mudança de conceitos. Essas condições devem envolver várias atividades, como dinâmicas e trabalhos em grupo.

Sales (2009) e Souza (2010) trazem contribuições para a inclusão de alunos surdos, nas escolas públicas regulares. Souza (2010) coloca que "pesquisas sobre questões que envolvem aprendizes surdos são importantes à medida que, cada vez mais, alunos surdos estão ingressando na rede pública de ensino" (p. 21). Em seu trabalho, Souza (2010) trabalhou com frações, usufruindo da tecnologia da ferramenta Musi*CAL*colorida.

O estudo de Sales (2009) tinha como foco a comunicação dos aprendizes surdos, sob a perspectiva da Educação Inclusiva, apresentando as TDIC (Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação) que são utilizadas na educação dos aprendizes com algum tipo de necessidade educacional especial e na Educação Matemática, num espaço de diálogo. Sales (2009) revela que "o aspecto visual presente no recurso digital se revelou útil para atender às possibilidades perceptivas sensoriais e comunicativas dos alunos surdos" (p. 7).

A pesquisa de Fernandes (2004) tem o objetivo de "investigar se um conceito matemático impregnado por experiências visuais, no caso dos videntes, pode ser acessível a indivíduos cegos" (p. 51). Neste trabalho, a autora também utiliza ferramentas materiais como um dos sistemas de mediação para os cegos. Num segundo trabalho, Fernandes (2008) afirma que o caminho para inclusão tem inicio na "apreensão de como se dá o desenvolvimento cognitivo de aprendizes cegos, que não segue necessariamente o mesmo caminho que o dos videntes" (p. 121).

São muitas particularidades que devem ser consideradas quando desenvolvemos estudos envolvendo sujeitos com diferentes limitações sensoriais. O planejamento da ferramenta material que criamos para este estudo preocupou-se com a questão visual e com a questão tátil, procurando, assim, compensar, por outros meios os canais perceptivos ligados à audição e à visão.

CAPÍTULO 3

ESTUDO DAS MATRIZES

3.1 DOMÍNIO DAS MATRIZES

Os conceitos matemáticos a serem estudados com os aprendizes cegos e os aprendizes surdos pertencem ao domínio das matrizes. Iniciamos elencando as obras de alguns autores que nos ajudaram a desmistificar alguns conceitos de matrizes, que são discutidos neste trabalho, os de Manuel Paiva (2009), os de Juliane Matsubara Barroso (2010) e os de Luiz Roberto Dante (2011). Todos esses livros didáticos foram aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e distribuídos nas Escolas Estaduais para serem consultados pelos professores.

Neste trabalho, focamos o estudo de matrizes nos seus aspectos iniciais como Igualdade de Matrizes e Adição de Matrizes. Para que o ensino e a aprendizagem destes mesmos aspectos das matrizes pudessem ocorrer com sucesso para os aprendizes cegos e os aprendizes surdos, buscamos em primeiro lugar compreender sua definição.

3.2 DEFINIÇÃO:

Trazemos a definição do conceito de matrizes de Paiva (2009, p. 108), que introduz o conceito. Apresentando um pequeno resumo da história das matrizes, ele afirma que "o estudo das matrizes teve como motivação histórica inicial a necessidade de resolver sistemas do 1º grau". Ele fala sobre um Livro que se chama "Chiu-Chang Suan-Shu", uma obra com "246 problemas sobre mensuração de terras, agricultura, impostos, equações etc." (p. 109) e destaca o seguinte sistema de equações de 1º grau:

$$\begin{Bmatrix} 3x + 2y + z = 39 \\ 2x + 3y + z = 34 \\ x + 2y + 3z = 26 \end{Bmatrix}$$

Este sistema pode ser “resolvido por meio de operações efetuadas com os elementos da seguinte tabela, que organiza seus coeficientes:” (p. 109)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 34 & 39 \end{bmatrix}$$

Paiva (2009) chama a tabela acima de matriz e acrescenta “tal tabela deve ser representada entre parênteses ( ) ou entre colchetes [ ]” (p. 110). Barroso (2010) traz a ideia de matriz, relacionando-a com situações de sistemas complexos,

> Muitos problemas da ciência e dos negócios, quando transcritos para a linguagem matemática, resultam em sistemas de equações. Em alguns desses casos, podemos organizar os coeficientes das equações em tabelas, para facilitar os cálculos. Essas tabelas são chamadas **matrizes** (BARROSO, 2010, p. 232).

Para Barroso (2010, p. 232), “a aplicação de matrizes abrange desde a resolução de problemas cotidianos de uma microempresa, por exemplo, até a programação de computadores”. A contextualização que ela apresenta, é simples. Arthur Cayley (1821-1895), que retomou estudos com matrizes, menciona que antes elas eram exploradas pelos chineses (p. 232).

Dante (2011) apresenta um conceito de matriz que se assemelha ao dos demais autores, exemplificando da seguinte maneira:

> ... que vemos na tela do computador é uma enorme matriz, e cada valor guardado nas linhas e colunas da matriz representa um ponto colorido mostrado na tela (*pixel*) (DANTE, 2011, p. 96).

O autor inicia seu discurso mostrando onde são utilizadas as matrizes em nosso dia a dia, seguido de uma tabela, apresentando a taxa *selic* “mensal no período de 2002 a 2009” (DANTE, 2011, p. 97), onde é proposto um exercício. Dante (2011) segue com outros exercícios, todos envolvendo situações diárias. A definição de matriz oferecida por Dante (2011) é semelhante a dos demais autores: “Denomina-se matriz m x n (lê-se m por n) uma tabela retangular formada por m x n números reais, dispostos em m linhas e n colunas” (p. 98).

Nos três livros consultados, os autores iniciam com uma situação prática para apresentação do conceito de matriz, cada qual com sua particularidade, seja colocando uma situação de um *chef* de cozinha, ou apresentando o *habitat* de animais, ou ainda usando questões do dia a dia, com o uso da tecnologia na compreensão da composição de uma imagem, falando de *pixel* aos seus leitores.

As obras pesquisadas introduzem e oferecem ao leitor o conhecimento da representação genérica de uma matriz m x n, como se segue:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & & a_{mn} \end{pmatrix}$$

A matriz acima pode ser lida da seguinte maneira: “$A = (a_{ij})_{m \times n}$, com $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$ e $i, j \in N$, isto é, matriz **A**, dos elementos $\mathbf{a}_{ij}$, do tipo m x n” (DANTE, 2011, p. 99). Lembrando que esta notação pode ser escrita também entre colchetes, tanto na matriz como na representação acima.

Nesta pesquisa, escolhemos trabalhar com os conceitos iniciais de matrizes com aprendizes cegos e aprendizes surdos, através da mediação de uma ferramenta material.

3.3 IGUALDADE DE MATRIZES

Para definição de Igualdade de Matrizes, Paiva (2009), escreve: “duas matrizes do mesmo tipo são iguais, quando todos os seus elementos correspondentes são iguais”. Em seu livro, ainda coloca a seguinte explicação: “Em duas matrizes do mesmo tipo, elementos correspondentes são aqueles que ocupam a mesma posição, em relação a cada matriz” (PAIVA, 2009, p.112).

Da mesma forma, Barroso (2010) posiciona sua definição de Igualdade de Matrizes, apresentando duas matrizes genéricas A e B, fazendo a correspondência de seus elementos.

Observamos que os dois autores definem Igualdade de Matrizes, utilizando a ideia de correspondência entre os elementos que compõem duas matrizes de uma mesma ordem.

Dante (2011, p. 102) não é diferente, utilizando o mesmo recurso, porém com uma linguagem matemática mais simbólica.

> Dadas duas matrizes, A e B são iguais se, e somente se, têm o mesmo tipo e seus elementos correspondentes são iguais. Dadas as matrizes $A = (a_{ij})_{mxn}$ e $B = (b_{ij})_{mxn}$, temos simbolicamente:
> $A = B \Leftrightarrow a_{ij} = b_{ij}$,com $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq n$.

Destacamos que o fato de mostrar exemplos para discutir o conceito de Igualdade de Matrizes apresentado por estes autores, não necessariamente favorece o entendimento desses conceitos por aprendizes cegos e por aprendizes surdos, como podemos verificar no decorrer deste estudo.

3.4 ADIÇÃO DE MATRIZES

Sendo, normalmente, um dos estudos iniciais de matrizes, nas escolas brasileiras, Dante (2011), define a Adição de Matrizes da seguinte forma:

> Dadas duas matrizes A e B do mesmo tipo m x n, denomina-se soma da matriz A com matriz B, que representamos por A + B, a matriz C do tipo m x n na qual cada elemento é obtido adicionando-se os elementos correspondentes de A e B.
> Se $A = (a_{ij})$ e $B = (b_{ij})$ são matrizes do tipo m x n, a soma A + B é a matriz $C = (c_{ij})$ do tipo m x n tal que: $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$, com $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq n$ (DANTE, 2011, p. 104).

Dante (2011) inicia seu discurso com alguns exemplos em matrizes que são somadas para que o leitor visualize o processo. Ele segue com a definição acima citada, seguido de alguns exercícios propostos.

A diferença que encontramos nos demais autores é a forma da apresentação do conceito. Paiva (2009), por exemplo, prefere apresentar uma situação prática, transformá-la na linguagem de matrizes para, então, colocar a definição. Sua definição é mais simples que a definição de Dante (2011), porém contém o mesmo sentido e significado “a soma de duas matrizes do mesmo tipo, A e B, é a matriz em que cada elemento é a soma de seus correspondentes em A e em B” (PAIVA, 2009, p. 112).

Da mesma maneira, Barroso (2010), dispondo de exemplos práticos, apresenta sua definição, que é breve, acrescentando, porém, outros aspectos das matrizes.

Em suma, podemos observar que os três autores não deixam de frisar a questão da subtração, que não foi explorada neste estudo, mas que tem o mesmo sentido da adição, mudando apenas a operação.

Alguns dos autores trabalham a subtração de forma separada, outros abrem um subitem para falar do assunto. Outra observação comum aos dois autores, não contemplada no trabalho de Paiva (2009), é a questão da apresentação das propriedades das matrizes. Destacamos as propriedades da adição:

> Dadas as matrizes A, B, C e O_{mxn} (matriz nula), todas de mesmo tipo, valem:
> a) A + B = B + A (comutativa)
> b) (A + B) + C = A + (B + C) (associativa)
> c) A + O_{mxn} = O_{mxn} + A = A (existência de elemento neutro)
> d) A + (– A) = (– A) + A = 0 (existência do elemento oposto)
> e) A + C = B + C $\Leftrightarrow$ A = B (cancelamento)
>
> (BARROSO, 2010, p. 243).

Com isso, buscamos conhecer também o que a Proposta Curricular para o Estado tem apresentado para as Escolas Estaduais. Elaboramos, na sequência, uma síntese do que observamos a partir dos Cadernos do Professor e do Aluno, fornecidos pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

3.5 A PROPOSTA CURRICULAR PARA O ESTADO DE SÃO PAULO

A Proposta Curricular do Estado de São Paulo criou os Cadernos do Professor e do Aluno, com o objetivo de “melhorar a qualidade de nossa educação pública medida pelos indicadores de proficiência dos alunos” (SÃO PAULO (ESTADO) SECRETARIA DA EDUCAÇÃO, 2009, p. 3).

No âmbito que estamos pesquisando, o Caderno utilizado foi o Volume 2, da 2ª Série do Ensino Médio. Este Caderno inicia o trabalho no contexto das Transformações Geométricas. Na primeira atividade, temos um plano cartesiano e dois polígonos congruentes representados: o ABCD e o EFGH (Figura 3.1). O polígono EFGH é uma translação do polígono ABCD. A partir dessas informações, a atividade propõe algumas questões:

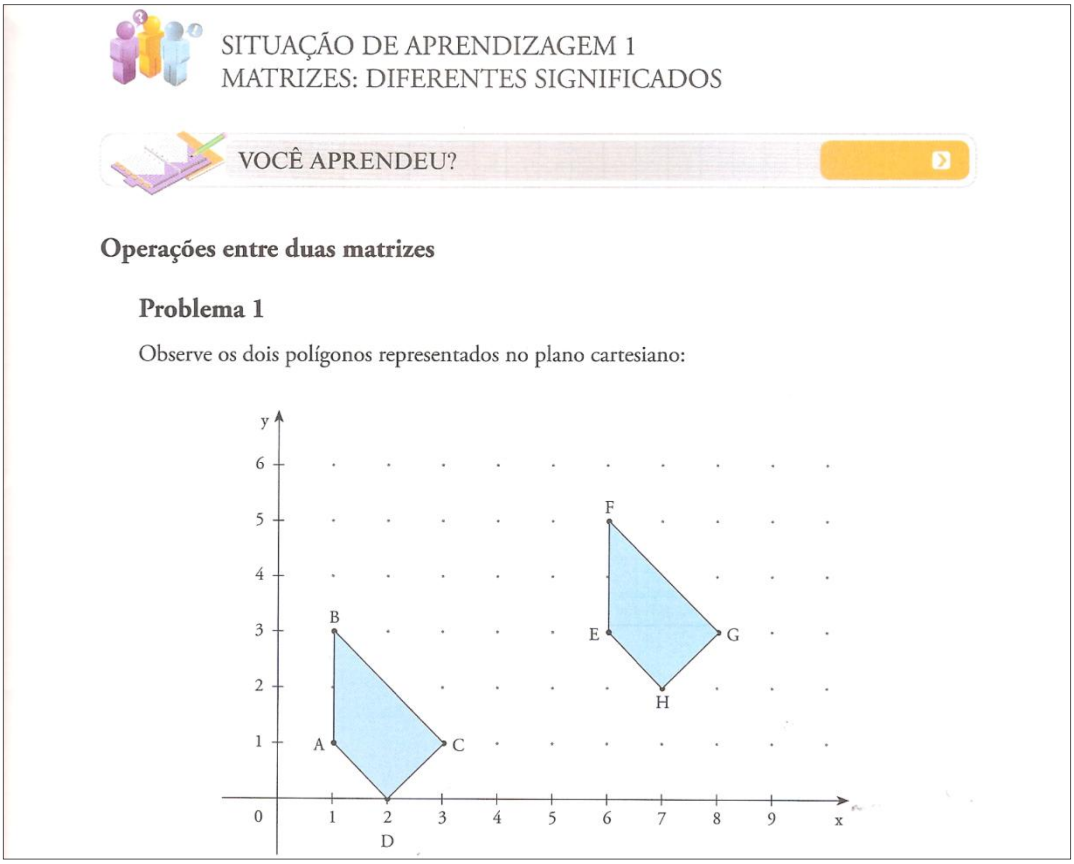


Figura 3.1: Gráfico da primeira atividade do Caderno do Aluno

a) *Quantas unidades na horizontal e quantas unidades na vertical ABCD deve ser deslocado para que, ao final, coincida com EFGH?*
b) *Represente em uma matriz* $\boldsymbol{A}_{(4x2)}$ *as coordenadas de um ponto, com a abscissa na primeira coluna e a ordenada na segunda coluna*
c) *Represente em uma matriz* $\boldsymbol{B}_{(4x2)}$ *as coordenadas dos vértices do polígono EFGH, de maneira que cada linha da matriz contenha coordenadas de um ponto, com a abscissa na primeira coluna e a ordenada na segunda coluna.*
d) *Escreva uma matriz* $\boldsymbol{C}_{(4x2)}$ *de tal forma que:* $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{C} = \boldsymbol{B}$.

(SÃO PAULO (ESTADO) SECRETARIA DA EDUCAÇÃO, 2011, pp. 3-4).

No item **a**, verificamos que, utilizando o método da adição de matrizes, chegamos ao resultado, bastando andar cinco unidades na horizontal e duas unidades na vertical. Já no item **b** e **c**, as representações dos polígonos, em forma de matriz, ficam da seguinte forma:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 6 & 5 \\ 8 & 3 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Para a última alternativa, o aluno deveria encontrar uma matriz **C**, que somada com a matriz **A**, resultasse numa matriz B, que ficaria da seguinte forma **B** – **A** = **C**, ou ainda, levariam em consideração a resposta da alternativa **a**, onde para a translação era necessário andar cinco unidades na horizontal e duas na vertical.

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 5 & 2 \\ 5 & 2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

Analisando esta primeira atividade, podemos observar que para um aprendiz cego, ela deveria se proposta utilizando-se outros recursos materiais. Pensando sobre mediação e na ferramenta material criada, levantamos algumas conjecturas:

a. Para o cego, em especial, precisamos que esta atividade esteja escrita na linguagem Braille, ou apresentada na forma de alguma ferramenta tátil.
b. Tanto para os cegos quanto para os surdos, ler os pontos apresentados no plano cartesiano que determinam os polígonos, é fundamental representá-los na matriz utilizando a ferramenta MATRIZMAT, desenvolvida para este estudo.
c. Com as matrizes referentes ao primeiro e ao segundo polígono representadas na ferramenta MATRIZMAT, a manipulação e a comparação seriam favorecidas especialmente para os aprendizes cegos.

A exemplo dos livros didáticos avaliados, o Caderno também utiliza problemas que dizem respeito a coisas do dia a dia, como por exemplo, Campeonato de Futebol, Páscoa, Audiência numa rede de TV, dentre outros, apresentados em forma de tabelas para os aprendizes. Como vimos no livro de Dante (2011), os Cadernos usam o exemplo de pixel, e trazem informações sobre outros usos do conceito de matrizes, falando de Tomografia, e outras aplicações.

No próximo capítulo, apresentaremos o quadro teórico que sustentará nossas análises.

CAPÍTULO 4

NOSSAS FONTES TEÓRICAS

Neste capítulo, apresentaremos nossas propostas de estudo com os aprendizes cegos e os aprendizes surdos, assim como o quadro teórico utilizado, baseado nos estudos de mediação de Vygotsky (2002) e nos estudo de Hazin e Meira (2004) sobre a Psicologia Sócio História (PSH). Conceitos como os de instrumentos e signos serão tratados na decorrência deste capítulo, como apoio ao entendimento do uso das ferramentas materiais que serão utilizadas para esta pesquisa cujos sujeitos são aprendizes com limitações sensoriais.

4.1 INTRODUÇÃO

Uma das propostas deste estudo é o uso de ferramentas, numa relação de aprendizagem de alunos de inclusão, mais especificamente aprendizes cegos e aprendizes surdos. Pretendemos utilizar uma ferramenta material, com o intuito de facilitar o acesso ao conceito de matrizes por esses aprendizes.

Nesta pesquisa, a ferramenta material é utilizada como um dos elementos mediadores, numa relação de aprendizagem, pretendendo assim que aprendizes cegos e aprendizes surdos incluídos numa sala de aula regular de Matemática participem do processo de aprendizagem dos conceitos de Adição e Igualdade de Matrizes.

4.2 MEDIAÇÃO

"A mediação é um processo essencial para tornar possível atividades psicológicas voluntárias, intencionais, controladas pelo próprio indivíduo" (OLIVEIRA, 1999, p. 33).

A fundamentação teórica desta pesquisa relata alguns trabalhos de Vygotsky sobre o desenvolvimento intelectual humano, especialmente o conceito de mediação. Autores contemporâneos como Rego (2004) e Oliveira (1999) têm oferecido suas interpretações sobre tal conceito.

Segundo Rego (2004, p. 42) os trabalhos de Vygotsky destacam “a característica da mediação presente em toda atividade humana”. A autora completa que o processo de mediação é um processo que se dá através de diversos fatores: “os instrumentos técnicos e os sistemas de signos” (p. 42), que são constituídos historicamente, ou seja, este processo se dá principalmente através da relação do homem com o mundo.

Para Oliveira (1999, p. 26), mediação é “o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa, então, de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento”.

> Vygotsky trabalha, então, com a noção de que a relação do homem com o mundo não é uma relação direta, mas fundamentalmente uma relação mediada. As funções psicológicas superiores apresentam uma estrutura tal que entre o homem e o mundo real existem mediadores, ferramentas auxiliares da atividade humana (OLIVEIRA, 1999, p. 27).

O estudo da mediação interferiu diretamente no estudo das *funções psicológicas superiores* de Vygotsky. Oliveira (1999, p. 26) compreende os processos mentais superiores, ou as funções psicológicas superiores, como sendo o processo no qual “o ser humano tem a possibilidade de pensar em objetos ausentes, imaginar eventos nunca vividos, planejar ações a serem realizadas em momentos posteriores”. Segundo Oliveira (1999, p. 26) essas ações diferenciam-se, por exemplo, de ações como “a sucção do seio materno pelo bebê, [...] o movimento da cabeça na direção de um som forte repentino”.

Oliveira (1999) expõe que, segundo Vygotsky, o indivíduo relaciona-se de forma indireta com o meio, noutras palavras, através de relações mediadas, e essas relações são desenvolvidas pelo próprio indivíduo, ferramentas que auxiliam e facilitam a sua atividade em sociedade, a sua relação com o mundo. Esta relação é mediada, “por meios, que se constituem nas ‘ferramentas auxiliares’ da atividade humana” (REGO, 2004, p. 42).

A mediação é um processo que se realiza através de dois elementos, o instrumento e o signo. O instrumento é o elemento responsável por regular as ações sobre o meio. Já o signo é o elemento responsável por regular as ações sobre o psiquismo dos indivíduos. Rego (2004, p. 50) complementa a ideia de signo ainda dizendo que “o signo pode ser considerado aquilo (objeto, forma, fenômeno, gesto, figura ou som) que representa algo diferente de si mesmo”.

Em complemento, Oliveira (1999, p. 29) traz reforços em seu texto que dizem respeito às transformações nas ferramentas que podem vir a acontecer, durante os processos de mediação. Segundo ela, ao longo do desenvolvimento do indivíduo, devido a algumas transformações, as funções psicológicas vão sendo desenvolvidas.

4.3 INSTRUMENTOS E SIGNOS

Segundo Oliveira (1999), algumas ideias de Vygotsky trazem como discurso as relações de trabalho, evocando uma atividade coletiva reconhecida como uma atividade mediada, “e por outro lado, a criação e utilização de instrumentos” (p. 28).

> Elemento interposto entre o trabalhador e o objeto de seu trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza. [...] O instrumento é feito ou buscado especialmente para um certo objetivo. Ele carrega consigo, portanto, a função para a qual foi criado e o modo de utilização desenvolvido durante a história do trabalho coletivo. É, pois, um objeto social e mediador da relação, entre o indivíduo e o mundo (OLIVEIRA, 1999, p. 29).

Noutras palavras, Rego (2004) procura mostrar que o instrumento tem também ligação com o trabalho e que ele existe para ajudar o alcance de determinado objetivo, ou seja, o instrumento é um facilitador, que amplia as possibilidades humanas. A autora ainda coloca que:

> ... o instrumento é provocador de mudanças externas, pois amplia a possibilidade de intervenção na natureza (na caça, por exemplo, o uso da flecha permite o alcance de um animal distante (...)) (REGO, 2004, p. 51).

Já na concepção de Vygotsky (2002),

> ... a função do instrumento é servir como um condutor da influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado externamente; deve necessariamente levar a mudanças nos objetos (VYGOTSKY, 2002, p. 72).

Ou seja, o instrumento é um elemento que possui determinada função, e, quando utilizado, pode sofrer modificações. Ele é um facilitador, é ferramenta enquanto não tem função e torna-se instrumento quando tem reconhecimento por um determinado grupo, ou por determinados povos e esses fazem uso desta ferramenta para ajudar a resolver determinada situação. Desta forma, ele tem a função de ajudar a conduzir uma atividade.

Oliveira (1999, p. 30) expõe que os signos “são orientados para o próprio sujeito, para dentro do indivíduo; dirigem-se ao controle de ações psicológicas, seja do próprio indivíduo, seja de outras pessoas”. Ela completa, mostrando que os signos são ferramentas auxiliadoras dos processos psicológicos do indivíduo e que os signos são diferentes do instrumento por não trabalharem nas ações concretas.

De acordo com Rego (2004), Vygotsky considerava os signos como “instrumentos psicológicos”. Para ele, o signo “constitui um meio da atividade interna dirigido para controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente” (Vygotsky, 2002, p. 73). Segundo Rego (2004, p. 52), o signo pode contribuir de forma voluntária à atividade psicológica do homem, ampliando a sua “capacidade de atenção, memória e acúmulo de informações”.

> A invenção e o uso de signos como meios auxiliares para solucionar um dado problema psicológico (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher, etc.), é análoga à invenção e o uso de instrumentos, só que agora no campo psicológico. O signo age como um instrumento da atividade psicológica de maneira análoga ao papel de um instrumento no trabalho (VYGOTSKY, 1984, pp. 59-60 apud OLIVEIRA, 1999, p. 30).

Pode-se dizer então, que o signo possui a mesma função que o instrumento, porém, atua no campo psicológico do indivíduo. Oliveira (1999, p. 30) apresenta exemplos da utilização dos signos, como: “fazer uma lista de compras por escrito, utilizar um mapa para encontrar determinado local, fazer um diagrama para orientar a construção de um objeto”, dentre outros. Embora essas ações representem atividades que aos olhos humanos pareçam atividades comuns, essas ações mostram que o indivíduo busca a mediação, utilizando-se de inúmeros signos, que facilitam e melhoram as “possibilidades de armazenamento de informações e de controle da ação psicológica” (OLIVEIRA, 1999, p.31).

4.4 A COMUNICAÇÃO

A comunicação é uma troca de informações. No caso deste estudo pretendemos que os aprendizes cegos e aprendizes surdos comuniquem-se e interajam com as ferramentas materiais, utilizando os sistemas simbólicos adequados às suas limitações sensoriais.

Os sistemas simbólicos são colocados por Oliveira (1999, p. 40) como a linguagem; que permite “interpretações dos objetos, eventos e situações do mundo real”. Os símbolos têm grande importância no processo de comunicação, alguns, de reconhecimento internacional, outros, por sua vez, obedecem a características culturais de determinados grupos.

Um símbolo é atribuído de diversas formas pelo receptor (pessoa, ou grupo específico), isso faz com que o significado de um determinado símbolo receba uma determinada conotação. O símbolo pode, também, não ter apenas uma representação gráfica, pode representar não somente um objeto, mas também uma ideia. Representações assim podem ser feitas de forma gráfica, tridimensional, sonora, ou ainda gestual.

Existem as mais variadas formas de comunicação: através de um diálogo informal, através de um diálogo de gestos, através das diversas mídias, da própria fala, da escrita, dentre outros. Neste trabalho, a comunicação ocupa papel de destaque, principalmente pelas características particulares dos sujeitos que participaram dele, aprendizes com limitações visuais e aprendizes com limitações auditivas.

Neste estudo, essas formas de comunicação serão denominadas *práticas comunicativas*, que contemplam "palavra, diagramas, gráficos, escrita, gestos e outros" (FERNANDES, 2008, p. 52). Estas práticas associadas às ferramentas materiais viabilizam o processo de mediação.

Vygotsky (2002), num de seus escritos sobre mediação, fala sobre o uso dos instrumentos e da fala. Porém, ao estudar o comportamento da criança na utilização da fala e do instrumento, percebe-se que é característico dela o trabalhar em conjunto, e esta é a maneira através da qual ela costuma resolver seus problemas, utilizando a fala junto com a ação, com o meio. Neste período, Vygotsky estava a caminho de mostrar que a fala também é um tipo de instrumento. O autor concluiu que a ligação, entre o uso da fala e dos instrumentos, estava relacionada no processo de mediação.

Os sujeitos que participaram deste estudo são aprendizes com necessidades educacionais especiais, cegos e surdos que

> têm potencial para um desenvolvimento cognitivo normal, cabendo aos educadores buscar estímulos e instrumentos adequados para que através de intervenções e interações, esses sujeitos possam ter acesso ao conhecimento (FERNANDES, 2004, p. 50-51).

A fala para o aprendiz cego é um elemento importante para seu desenvolvimento, principalmente quando associado a outros elementos. A audição e o tato permitem que o cego conecte-se e comunique-se com o mundo. Ochaíta e Rosa (1995, p. 185) destacam que o tato "permite captar diferentes propriedades dos objetos, tais como temperatura, textura, forma e relações espaciais".

Os aprendizes surdos recorrem a tipos específicos de comunicação atendendo suas características. Segundo o documento de Kozlowski (2011, p. 2) – O modelo educacional Bilíngue no Instituto Nacional de Educação de Surdos (INES) –, trata das modalidades "L1Língua de Sinais e L2 Língua oral e/ou escrita".

> A Proposta Bilíngue não privilegia uma língua, mas quer dar direito e condições ao indivíduo surdo de poder utilizar duas línguas; portanto, não se trata de negação, mas de respeito; o indivíduo escolherá a língua que irá utilizar em cada situação linguística em que se encontrar (KOZLOWSKI, 2011, p. 2).

De acordo com HANS FUTH, (1996; 1973 apud MARCHESI, 2004, p. 181) “a ausência de som limita o acesso à linguagem, o que, por sua vez, influirá no desenvolvimento do pensamento abstrato e reflexivo” do aprendiz surdo. Esse autor ainda diz que a

> ... competência cognitiva do surdo é semelhante à dos ouvintes. Os dois grupos de pessoas passam pelas mesmas etapas de desenvolvimento, embora nos surdos a evolução seja um pouco mais lenta (HANS FURTH, 1996; 1973 apud MARCHESI, 2004, p. 182).

O contexto da comunicação é bem amplo, quando os sujeitos de estudo são os surdos. Durante anos, discutiu-se trabalhar somente a linguagem oral com os aprendizes surdos, no entanto, este modo não obteve grandes resultados. (MARCHESI, 2004, p. 186). Com isso, a Língua natural com a qual os aprendizes surdos conseguem se comunicar – LIBRAS –, tem papel fundamental na troca de informações entre os aprendizes, entre professor e aprendizes.

4.5 A VISÃO DA PSICOLOGIA SÓCIO HISTÓRICA

> *“Todos, de uma forma ou de outra, construímos ideias acerca de como os indivíduos aprendem e quais as formas mais adequadas de ensiná-los”* (HAZIN E MEIRA, 2004, p. 45).

Dentro da corrente teórica utilizada neste trabalho, a perspectiva sócio histórica de Vygotsky assume papel central. Buscamos também, na Psicologia Sócio Histórica (PSH) apresentada por pesquisadores contemporâneos, apoio para discutir ensino e aprendizagem no âmbito da Educação Matemática Inclusiva.

Vimos, no trabalho de Hazin e Meira, que a Psicologia, a Pedagogia e a Filosofia, têm uma contribuição significante quando tratamos deste assunto,

> Aprender e ensinar são, enfim, alvos de elaborações oriundas de senso comum ou, como denominam Bruner & Olson (2000), de uma psicologia e pedagogia populares, ao mesmo tempo em que são colocadas no centro de discussões provenientes de diferentes correntes teóricas da psicologia, da pedagogia e da filosofia (HAZIN E MEIRA, 2004, p. 45).

Hazin e Meira (2004) discutem a visão da Psicologia Sócio Histórica, para o estudo da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) e colocam que:

> Hoje, dentre as contribuições psicológicas que alimentam intensamente o debate pedagógico acerca da aprendizagem, destacamos aquela avançada por L. S. Vygotsky (1896–1934). Essa contribuição se notabiliza fundamentalmente por emprestar à cultura e à história um papel de destaque no que tange ao processo de aprendizagem (p. 46).

O ambiente de estudo, de aprendizagem e de ensino é a escola. Neste estudo, focamos o processo de mediação, como meio de favorecer o acesso a conhecimentos matemáticos e consequentemente promover a inclusão de todos os aprendizes nas situações instrucionais. O "espaço institucional da escola produz práticas específicas que impulsionam o desenvolvimento e promovem o adensamento das funções psicológicas" (HAZIN E MEIRA, 2004, p. 46).

Isto contribuiu para que o desenvolvimento de ferramentas se tornasse um elo para fazer com que aprendizes cegos e aprendizes surdos internalizassem o conceito de matrizes, através do uso da mesma ferramenta material.

> A invenção de instrumentos primitivos marca o momento inicial da história humana, permitindo a emergência de funções mentais baseadas em sistemas variados de signos externos, e ressaltando o papel ativo da cultura na constituição dos conteúdos e das formas de pensar próprios do ser humano (VALSINER E VAN DER VEER, 1996 apud HAZIN E MEIRA, 2004, p. 48).

Baseando-se na teoria de Vygotsky, Hazin e Meira (2004) apresentam duas linhas de desenvolvimento: a natural e a cultural. Segundo Hazin e Meira (2004), a natural foi a "responsável pelo desenvolvimento do que Vygotsky chamou de processos psicológicos inferiores" (p. 48), e a cultural foi a "responsável pelos processos psicológicos superiores, essencialmente humanos, que têm nas relações pensamento-linguagem seu ápice" (p. 48).

“É no contexto da *ação mediadora*, orquestrada ao mesmo tempo por instrumentos e signos que podemos falar das funções psicológicas superiores” (VYGOTSKY, 1991 apud HAZIN E MEIRA, 2004, pp. 49-50). Essas funções psicológicas superiores têm suas raízes culturais e sociais, fazendo-nos remeter à Psicologia Sócio Histórica.

Hazin e Meira (2004, p. 50) lembram que a escola é um local social e cultural, não se restringindo apenas à sala de aula, mas a todo o espaço de convívio escolar. A escola “tem o poder de oferecer à criança formas específicas de ação instrumental e discursiva, que abrem possibilidades para interpretação diferenciada do mundo” (HAZIN E MEIRA, 2004, p. 50).

Todo processo de mediação não se limita apenas ao uso de alguma ferramenta, o espaço cultural e social também é cumpre uma função mediadora e implica nos resultados finais de aprendizado e de ensino de qualquer indivíduo.

Hazin e Meira (2004, p. 51) apresentam perspectivas relacionadas ao contexto escolar e ao desenvolvimento cognitivo, segundo estudos de Valsiner e Van Der Veer (1996), que vão ao encontro da perspectiva dos nossos estudos.

A aprendizagem está atrelada ao desenvolvimento e depende da maturação de determinadas funções psicológicas.

1. O desenvolvimento cognitivo não está baseado no amadurecimento biológico.
2. O desenvolvimento baseia-se na interação entre amadurecimento e processo de aprendizagem.

Hazin e Meira (2004) complementam, apresentando a visão de Vygotsky - “o ensino só seria efetivo quando apontasse para o caminho do desenvolvimento” (p. 51).

Pontos destacados por Hazin e Meira (2004) a respeito da ZDP vêm ao encontro de alguns aspectos desta pesquisa, particularmente quando destacam o “desenvolvimento dos conceitos científicos, sendo posteriormente ampliado para os domínios da interação social, imitação e mediação semiótica” (MEIRA, 2001 apud HAZIN E MEIRA, 2004, p. 52). Aproximando essa perspectiva do contexto em que trabalhamos nesta pesquisa vemos que através do “uso colaborativo dos aspectos mediacionais (instrumentais e sígnicos)” é possível “produzir novos significados, de produzir e comunicar novos sentidos para o conhecimento emergente” (HAZIN E MEIRA, 2004, p. 56), independentemente das características físicas ou sensoriais dos aprendizes envolvidos. Neste contexto, “o termo *sentido* é aqui reservado para uma produção emergente da interação entre sujeitos, mediada pela linguagem” (HAZIN E MEIRA, 2004, p. 56).

De comum acordo com os autores, afirmamos que podemos obter resultados significativos nas práticas pedagógicas, quando o sistema e as práticas educacionais trabalham em prol do conhecimento, possibilitando que tenham voz tanto os aprendizes, como os docentes (HAZIN E MEIRA, 2004).

Com isso, apresentaremos a seguir a metodologia (utilizada nesta pesquisa), que norteia todo o trabalho. Nela encontraremos as orientações que foram necessárias na condução de toda a pesquisa.

CAPÍTULO 5

METODOLOGIA *DESIGN EXPERIMENTS*

5.1. INTRODUÇÃO

Este quinto capítulo foi reservado para a Metodologia escolhida para esta pesquisa. Estamos utilizando a perspectiva de Cobb et. al. (2003) que são autores que colaboraram para o desenvolvimento da presente metodologia, que tem como característica dar uma maior liberdade de trabalho. A metodologia citada é a *Design Experiments*. No decorrer desta pesquisa, poderemos observar seu funcionamento e sua utilização.

Dentro desta metodologia, abordaremos também a ferramenta desenvolvida especialmente para esta pesquisa, nomeada MATRIZMAT, planejada para ser utilizada em salas de aulas regulares. Desta forma destina-se a atender a diversidade de aprendizes que compõe o cenário escolar, o que lhe atribui especificidades em cada um dos casos. No caso do aprendiz cego, a ferramenta foi planejada para favorecer a percepção tátil, na hipótese do aprendiz surdo, a percepção visual, mais concreta inicialmente, para trabalhar melhor a abstração futuramente.

5.2. APRESENTAÇÃO DA METODOLOGIA

O *Design Experiments* é uma das metodologias utilizadas na área da Educação Matemática. Segundo Cobb et. al. (2003), ela proporciona testes e revisões, iterações, que resultam num desempenho sistemático nos experimentos. Sendo assim, tem por objetivo analisar processos de aprendizagem, utilizando domínios específicos. É um método cientifico de investigação, que se concretiza no momento em que o foco se dá na análise do pesquisador, que investiga o desenvolvimento de áreas da matemática pelos aprendizes e suas modificações.

Segundo Cobb et al. (2003), em *Design Experiments in Educational Research*

> O *Design Experiments* visa uma maior contribuição para o desenvolvimento e compreensão das ecologias de aprendizagem, um sistema complexo que envolve múltiplos elementos de tipos e de naturezas distintas (...). Os elementos de uma ecologia de aprendizagem incluem tipicamente as tarefas ou problemas aos que os aprendizes são convidados a resolver, as ferramentas e recursos fornecidos para suas resoluções e os meios práticos pelos quais os professores podem orquestrar as relações entre estes elementos em suas salas de aula. (COBB ET. AL., 2003, p.9 – Tradução nossa).

Ou seja, o pesquisador e/ou professor-pesquisador não trabalham sozinhos, durante os seus experimentos com os aprendizes, são auxiliados pela interação, pelo cenário, pelo contexto, dentre outros fatores que mediam o processo de ensino e aprendizagem. “O projeto desenvolvido durante a preparação de um experimento baseia-se em pesquisas anteriores e as tentativas de atenuar os resultados empíricos e teóricos dessa pesquisa” (COBB ET AL., 2003, p. 10).

A forma com a qual se pode trabalhar com esta metodologia também é muito interessante, pois nos possibilita fazer diferentes questionamentos, assim como modificar esses questionamentos e chegar às mais diversas conclusões que nos levam a outros e outros questionamentos, ideias, reflexões e atividades. O foco desta metodologia é voltado para o modo de aprender dos sujeitos, neste caso, os aprendizes cegos e os aprendizes surdos.

5.3. O *DESIGN EXPERIMENTS*

O *Design Experiments* começou a ser aceitável em meados dos anos 70 (THOMPSON, 1979), suas raízes em experiências de ensino iniciaram-se na União Soviética; voltado especialmente para pesquisas na área da Educação Matemática que, na época, não possuía uma metodologia específica, para atender suas especificidades. As metodologias de pesquisas existentes tinham como foco a disciplina Matemática, mas não tinham como foco o aprendiz e seu desenvolvimento. Essa metodologia surgiu principalmente para ajudar os pesquisadores, que pretendiam fazer suas pesquisas voltadas para o processo de aprendizado e desenvolvimento intelectual dos aprendizes. Outro motivo da criação desta metodologia foi a lacuna existente entre a prática de ensino e a prática da pesquisa.

Antes da Metodologia *Design Experiments* existia outra metodologia experimental, denominada “Desenho clássico experimental”. Este método experimental é o principal em muitas ciências, todavia, para o campo da Educação Matemática, ele se torna um pouco mais complicado que a metodologia *Design Experiments*.

Esta última submetia os sujeitos selecionados a diferentes tratamentos; tinham seus efeitos comparados com os efeitos de outros aprendizes, na intenção de fazer, simplesmente, uma comparação entre ambos. Os pesquisadores, ao fazerem esse tipo de comparação, “criavam” fatores variados de modo que houvesse uma variação correspondente em outras variáveis. Esta forma de experimento resultava na omissão de fatores importantíssimos. As particularidades dos sujeitos não eram discutidas nas análises, desviando do objetivo principal de pesquisas na área da Educação, que é o estudo do desenvolvimento do aprendiz (KARRER, 2006, p. 198).

Segundo Cobb et. al. (2003), o *Design Experiments* é uma metodologia que busca explicar padrões que se sucedem no aprendiz, mantendo uma relação com os meios pelos quais o seu desenvolvimento intelectual foi apoiado. Portanto, diferentes experimentos podem resultar na visualização dos resultados de certa forma em que se pode chegar aos mais diversos questionamentos, enriquecendo assim o objetivo procurado.

Assim, uma observação importante também faz parte desta metodologia: a equipe de pesquisa. Todavia, esta equipe, pode variar de tamanho segundo os objetivos do experimento. Por exemplo: durante o experimento, o próprio pesquisador pode conduzir as sessões, e pode estar acompanhado de um assistente graduado, que lhe auxiliará no registro do experimento. Outro exemplo que Cobb et al. (2003, p. 11) coloca é dum experimento que acontece numa sala de aula, podendo ser auxiliado pelo próprio professor da sala e ainda acompanhado de mais dois assistentes da pós-graduação.

Para Cobb et al. (2003, pp. 11-12) um ponto primordial que define o tamanho da equipe é que os integrantes dela estejam entrosados e possuam os conhecimentos necessários para o desenvolvimento do experimento. Dessa maneira um experimento que envolva mais de uma sala de aula pode acontecer, porque os membros da equipe são como líderes e possuem um forte envolvimento e isto para uma equipe é essencial.

No *Design Experiments*, existem algumas características que prevalecem para todo e qualquer experimento, mesmo que estes se diversifiquem por suas características e escopos.

- Professor-pesquisador e aprendiz: são realizadas algumas sessões com um pequeno grupo de aprendizes, o que fará com que a análise dos mesmos seja mais aprofundada;
- Experimentos onde há uma equipe que trabalha com o professor, um membro desta equipe pode assumir o comando, e se responsabilizar pela instrução;
- As experiências dos professores durante uma pesquisa em equipe auxiliam no estudo da formação de futuros professores;
- Nos estudos de desenvolvimento de professores, em que os pesquisadores colaboram com os profissionais da educação, apoia-se o desenvolvimento de profissionais na comunidade;
- A equipe de pesquisa pode colaborar com professores, administradores escolares, dentre as partes que desta pesquisa mostrem interesse.

Contudo, Cobb et al. (2003) ainda apresenta cinco características transversais que se aplicam aos diversos tipos de experimentos realizados com o *Design Experiments*, são eles:

- **Primeira Característica:** (Propósito da Metodologia) – Desenvolvimento de uma classe de teorias que abrangeriam processos de aprendizagem e meios para suporte, para o processo de aprendizagem de cada aprendiz, da comunidade, do ensino profissional, da escola, dentre outros.

- **Segunda Característica:** é intervencionista, tem por objetivo investigar possibilidades de melhoria na educação, trazendo formas novas de aprendizagem.
- **Terceira Característica:** Baseada nas duas primeiras características transversais possui dois aspectos: prospectivo e reflexivo.
- **Quarta Característica:** Conjecturas desenvolvidas e submetidas a testes, gerando iterações, alterações frequentes, adaptações e “*feedbacks*”.
- **Quinta Característica:** teorias desenvolvidas durante o processo de experimentação – o pragmatismo.

Para este estudo, podemos destacar a segunda característica em que o processo de intervenção proporcionada pela metodologia, dá margem para que mais pesquisas sejam feitas numa mesma, contribuindo assim, para inovações na área da Educação Matemática. Destacamos também a quarta característica, que fornece flexibilidade de trabalho, uma vez que os resultados e informações obtidas através de vários testes são frutos de iterações e interações, e frequências de *feedbacks*.

O papel que o professor desempenha nesse processo todo é o papel da interação constante com os aprendizes. O professor deve saber o que e como questionar, assim como saber agir em caso de acontecimentos não esperados. Outro aspecto importante nesse tipo de metodologia é o erro, que nos permite traçar novos caminhos, planejar e replanejar as etapas seguintes dos experimentos.

5.4 Ferramenta material: MATRIZMAT

A ferramenta material MATRIZMAT (Figura 5.1) foi planejada para oferecer diferentes estímulos sensoriais para aprendizes de classes inclusivas, a fim de facilitar o acesso ao conceito matemático de matrizes. É ela que vai ocupar mais espaço, durante o processo de mediação, com aprendizes cegos e aprendizes surdos.

Principal elemento no processo de mediação entre esse conceito matemático e os aprendizes, a ferramenta MATRIZMAT pode ser montada com qualquer quantidade de peças, consistindo em “caixinhas plásticas”, com dimensões aproximadas de 5 cm x 5 cm x 3 cm. Elas são imantadas de forma que cada uma das “caixinhas” possam grudar umas às outras para que sejam montadas matrizes de ordem qualquer.

Figura 5.1: Ferramenta material MATRIZMAT

Denominamos QUADRIX (Figura 5.2), cada elemento que compõe a MATRIZMAT. Nas QUADRIXs podem ser depositados objetos, como por exemplo, botões, números escritos em E.V.A. (Figura 5.3) ou números em Braille (Figura 5.4).

Figura 5.2: Elemento QUADRIX

Na figura acima, pode-se observar um QUADRIX, composto por botões em formato de “carrinho”. Há ainda outros botões que foram utilizados nos experimentos com formas variadas, como corações, mãozinhas, morangos, etc. A escolha de elementos, com formas variadas, realizou-se por acreditar-se que favoreceria a percepção visual ou tátil de igualdade de elementos das matrizes.

Figura 5.3: Elemento QUADRIX (Números em E.V.A)

A figura acima mostra duas somas de matrizes, utilizando a Ferramenta MATRIZMAT, e como elemento de cada matriz, números formados com E.V.A, utilizado exclusivamente para as aprendizes surdas.

Figura 5.4: Elemento QUADRIX (Números em Braille)

Já a figura acima, mostra a Ferramenta MATRIZMAT e a tampinha da caixinha, que foi utilizada para colar os números em Braille, que seriam utilizados exclusivamente com os aprendizes cegos.

Tratando-se da metodologia *Design Experiments*, segundo Cobb et al. (2003), ela "está voltada para a compreensão de como as pessoas aprendem e de orientações ligadas ao desenvolvimento de teorias, sistematizando as formas de aprendizagens e os meios de apoiá-las" (SOUZA, 2010, p. 48). Trata-se de uma ecologia de aprendizagem que "implica uma série de sistemas de interação, ao invés de uma coleção de atividades ou uma lista de fatores distintos que influenciam a aprendizagem" (COBB ET AL., 2003 – Tradução nossa)[4].

Neste trabalho, a metodologia *Design Experiments* trata dos estudos e das formas de como se pode proporcionar o aprendizado matemático, em especial, o aprendizado dos conceitos básicos de matrizes, para aprendizes com necessidades educacionais especiais, cegos e surdos.

Hoje, percebemos que a necessidade do professor saber lidar com situações diversas na sala de aula tem aumentado e uma das situações é deparar-se com aprendizes que possuam algum tipo de necessidade educacional especial. Neste caso, adolescentes com limitações visuais e limitações auditivas.

Notadamente, esta metodologia vai auxiliar, principalmente, nas etapas onde os erros podem aparecer, o cronograma da pesquisa pode ser alterado, pois o que se esperava acontecer não aconteceu, e, muitas vezes pode acontecer um imprevisto durante as pesquisas, isso também pode causar a alteração do cronograma. A metodologia, nestes casos, também permite que interação entre professor-pesquisador e aprendiz siga naturalmente, uma vez que já se fugiu da ordem da pesquisa.

[4] Retirado do site: http://dixieching.wordpress.com/2010/08/14/design-experiments-in-educational-research-cobb-et-al-2003/

CAPÍTULO 6

DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

6.1 INTRODUÇÃO

Neste sexto capítulo, poder-se-á conhecer um pouco mais como aconteceu o processo da pesquisa com os aprendizes cegos e com os aprendizes surdos. Começaremos nossos estudos com os aprendizes surdos e posteriormente com os aprendizes cegos. A seguir, apresentaremos as pesquisas com ambos os aprendizes.

Aqui exibiremos as escolas, perfil dos sujeitos, dentre outros aspectos que englobam toda a parte de uma pesquisa. Começaremos pelo processo empírico, logo a seguir seguirão as demais etapas da pesquisa.

6.2 PROCEDIMENTO EMPÍRICO

No processo empírico de nossa pesquisa, participam das atividades as Pesquisadoras 1[5], Pesquisadora 2[6], Pesquisadora 3[7] e a Intérprete[8], sendo que, nas atividades com as aprendizes surdas participam de todos os encontros as Pesquisadoras 1 e 2 e a Intérprete. A Pesquisadora 3 participou somente de um dos encontros realizados com os aprendizes cegos. Realizamos sessões de aproximadamente 1h30min cada, totalizando 2 encontros com as aprendizes surdas e 2 encontros com os aprendizes cegos.

---

[5] Pesquisadora 1: Profa. Gerciane Gercina da Silva: a autora desta dissertação.
[6] Pesquisadora 2: Profa. Dra. Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes: Professora do Programa de Pós-Graduação da Uniban-Anhanguera e orientadora da Gerciane.
[7] Pesquisadora 3: Profa. Dra. Lulu Healy: Professora do Programa de Pós-Graduação da Uniban-Anhanguera.
[8] Intérprete: Profa. Dra. Maria Cláudia Alves de Santana Regis – Professora da Sala de Recursos da Escola Estadual, de educação regular, onde foi realizada a pesquisa com as aprendizes surdas.

Para realização deste processo empírico, na utilização da metodologia escolhida e à luz de seu quadro teórico, subdividimos esta etapa de nossa pesquisa nas três fases, que apresentaremos de forma sucinta a seguir:

6.2.1. FASE 1 - EXPLORATÓRIA

Nesta fase, serão planejadas atividades que favoreçam a familiarização dos aprendizes com os elementos do Conjunto de Matrizes. Para tanto, foram desenvolvidas ferramentas materiais que favorecessem a percepção tátil para os cegos, e a percepção visual para os surdos. De acordo com a Metodologia escolhida, as análises provenientes desta fase irão orientar o desenvolvimento da fase experimental, mostrando a eficiência das ferramentas para atendimento dos diversos aprendizes e suas potencialidades para o estudo de Igualdade de Matrizes e Adição de Matrizes.

6.2.2. FASE 2 – ADIÇÃO DE MATRIZES

Esta fase vai tratar do planejamento de atividades para que os aprendizes reconheçam Igualdade de Matrizes e façam a operação de Adição de Matrizes. Para esta fase serão usadas as mesmas ferramentas da fase anterior.

6.2.3. FASE 3 – ANÁLISE DO PROCEDIMENTO EMPÍRICO

À luz do quadro teórico escolhido, iremos analisar as interações entre os aprendizes, entre os aprendizes e pesquisadores e dos aprendizes com as ferramentas materiais desenvolvidas.

6.3 As Escolas

Nosso estudo, foi desenvolvido com aprendizes cegos e aprendizes surdos de duas escolas estaduais de São Paulo, pertencentes a Diretoria de Ensino - Sul 1. Uma delas, localizada na Chácara Santo Antônio, recebeu 43 matrículas de aprendizes surdos no ano de 2011, sendo distribuídos nas três séries do Ensino Médio, manhã e noturno. É uma escola só de Ensino Médio, com funcionamento em dois turnos, manhã e noite.

A outra escola que visitamos para realizar nossas entrevistas e pesquisas fica localizada na Aclimação. Ela possuía quatro aprendizes cegos, matriculados em 2011, que estudavam todos no período da manhã, dois deles foram os nossos sujeitos de pesquisa, e estavam cursando o 2º ano do Ensino Médio, sendo que um aprendiz estava no 3º ano e o outro, no 6º ano do Ensino Fundamental.

6.4 Perfil dos Aprendizes

Tivemos aprendizes com diferentes níveis de surdez e cegueira. Iniciamos a primeira sessão realizando uma entrevista individual que nos permitiu conhecer sua trajetória escolar e o que eles sabiam a respeito de matrizes.

Apresentamos abaixo um quadro com as características de cada um dos participantes do nosso estudo. Destacamos que para cada um escolhemos um nome fictício.

NOME	IDADE	DEFICIÊNCIA	SÉRIE	PARTICULARIDADES DA COMUNNICAÇÃO	OBSERVAÇÕES
Fabi	18 anos	Surdez Adquirida	2º ano do E.M.	LIBRAS (L1) e Língua Portuguesa (L2). E.F. em Escola de Educação Especial.	Perdeu a audição aos 4 anos de idade ao contrair Meningite. Possui leitura labial e é oralizada.
Talita	19 anos	Surdez Congênita	2º ano do E.M.	LIBRAS (L1) e Língua Portuguesa (L2). E.F. em Escola de Educação Especial.	Nasceu surda devido à Rubéola na gestação. Não faz leitura labial, só se comunica através de LIBRAS.
Maria	18 anos	Surdez Adquirida	2º ano do E.M.	LIBRAS (L1) e Língua Portuguesa (L2). E.F. em Escola de Educação Especial.	Perdeu audição quando bebê. Filha de pais ouvintes tem um pouco de leitura labial e é oralizada.
Carol	16 anos	Surdez Adquirida	2º ano do E.M.	LIBRAS (L1) e Língua Portuguesa (L2). E.F. em Escola de Educação Especial.	Não faz leitura labial e segundo a Intérprete, tem um déficit cognitivo não comprovado por laudo.
Kauê	18 anos	Cegueira Adquirida	2º ano do E.M.	Alfabetização em Braille. E.F. em Escola de Educação Especial – Instituto de Cegos Pe. Chico.	Perdeu totalmente a visão aos 9 anos de idade, como consequência de glaucoma.
João	16 anos	Cegueira Congênita	2º ano do E.M.	Alfabetização em Braille. E.F. em Escola de Educação Especial – Instituto de Cegos Pe. Chico.	Nasceu cego devido a uma doença, Citomegalovírus, contraída por seu pai.

Tabela 6.1: Caracterização dos Sujeitos da Pesquisa

Em relação ao objeto matemático matrizes, a maioria dos participantes conhecia o termo, mas não sabiam o que representava ou qual a utilidade de tal conceito. A tabela a seguir, sintetiza as respostas dos participantes.

Tabela 6.2: Identificação do que é matriz para os aprendizes.

NOME	O QUE É MATRIZ?
Fabi	Algo que possui parênteses ( ) e números e letras. Relata que não compreende muito bem o conceito de matrizes.
Talita	Algo que possui parênteses ( ) e números. Relata que entendeu um pouco com a irmã, mas tem um pouco de preguiça. Não entende muito a Matemática.
Maria	Algo que possui parênteses ( ) e números. Relata que entendeu mais ou menos o processo.
Carol	Não respondeu.
Kauê	Um conjunto de elementos. Um desenho que tem uns números dentro.
João	Um conjunto de elementos. Um desenho que tem uns números dentro.

A seguir, apresentamos as descrições dos encontros com os surdos e os cegos. Iniciamos o primeiro encontro, com as aprendizes surdas.

6.5 Descrição dos encontros realizados

Nesta sessão, serão apresentados alguns momentos de aplicação de atividades, voltadas ao ensino e aprendizagem de conceitos básicos de matrizes, para os aprendizes cegos e os aprendizes surdos, sujeitos desta pesquisa.

6.5.1 ATIVIDADE 1: JOGO DO DESCOBRIMENTO

A atividade do Jogo do Descobrimento (Quadro 6.1) deu-se na apresentação da ferramenta aos aprendizes e na sua familiarização. Tanto os aprendizes surdos quanto os aprendizes cegos tiveram esse contato inicial com a ferramenta MATRIZMAT.

Quadro 6.1: Recorte da Atividade: Jogo do Descobrimento

1ª Atividade: (JOGO DO DESCOBRIMENTO) Através de um jogo entre dois participantes: ***1ª Etapa:*** Um participante utiliza 6 QUADRIX e monta uma matriz qualquer. Esta matriz deve ser copiada por seu colega que recebe os comandos. ***2ª Etapa:*** 1º Aprendiz: Coloca uma quantia x de determinado objeto numa das QUADRIX, e indica ao 2º aprendiz para que o mesmo repita o procedimento. Ele vai fazer a mesma coisa até que termine o jogo. ***3ª Etapa:*** O 2º aprendiz deve seguir as mesmas regras, na segunda parte da atividade. ***4ª Etapa:*** Os participantes comparam os resultados e verificam se acertaram.

Nesta atividade, tivemos o intuito de apresentar aos aprendizes alguns aspectos básicos de uma matriz, como: linha, coluna, posição e ordem. Propomos a atividade para os cegos oralmente e para os surdos através de língua de sinais com a colaboração da Intérprete.

Em nosso primeiro encontro, tivemos a presença de dois aprendizes cegos, o Kauê e o João. Já no primeiro encontro com os aprendizes surdos, tivemos a presença de três meninas, a Fabi, a Talita e a Maria. Começamos a atividade entregando aos aprendizes as QUADRIXs para que eles pudessem senti-las e explicamos o funcionamento da ferramenta material MATRIZMAT. Voltamos a destacar que os aprendizes, tanto cegos como surdos, já haviam estudado matrizes em suas aulas de Matemática.

Durante o jogo, entre dois participantes, o aprendiz que iniciasse a atividade deveria montar uma matriz de ordem qualquer, que seria copiada por seu colega. O segundo aprendiz receberia os comandos feitos oralmente ou com o uso de LIBRAS (no caso dos aprendizes surdos) por quem iniciou a atividade. Após esta etapa, o participante inicial, iria preencher os espaços das QUADRIXs com alguns objetos, e cada vez que uma QUADRIX fosse preenchida este participante passaria as informações para o segundo participante, até terminarem de dar valor às posições da Matriz criada. Deste modo, eles se familiarizavam com a ferramenta e com o vocabulário próprio do conceito de matrizes.

Ao término, os pesquisadores iriam conferir e discutir as respostas apresentadas. Passada essa fase, inicia-se a mesma atividade, invertendo-se a posição dos dois participantes, ou seja, agora quem comandou será comandado.

6.5.1.1. Desenvolvimento da Atividade pelos aprendizes cegos

Os aprendizes cegos já haviam estudado matrizes anteriormente com seu professor de Matemática. Promovemos uma discussão para que pudéssemos nos certificar se linhas e colunas de matrizes eram termos que faziam parte do repertório dos aprendizes. E ainda era preciso que os aprendizes cegos reconhecessem a representação oferecida pela ferramenta como uma matriz.

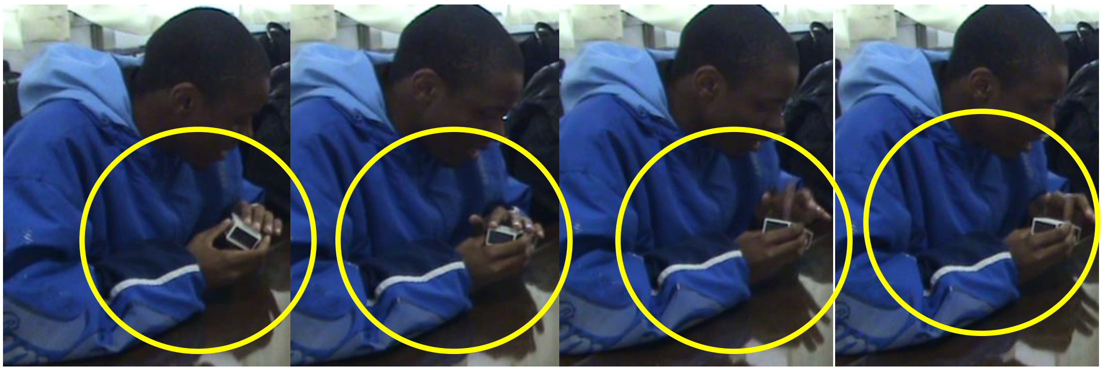


Figura 6.1: Kauê mostra as linhas e as colunas

No caso dos aprendizes cegos (Figura 6.1), entregamos duas QUADRIXs para os aprendizes e perguntamos a eles se saberiam nos responder que ordem tinha a matriz que havia sido formada pelas peças da ferramenta MATRIZMAT.

Nas duas primeiras partes da figura, Kauê toca na posição a_{11} iniciando o movimento horizontal, terminando na posição a_{12}. Já na terceira e quarta parte da figura, Kauê aponta para as matrizes nas posições a_{11} e a_{12}, com um pequeno movimento vertical, indicando as duas colunas da matriz de ordem 1x2.

Seguimos entregando mais duas QUADRIXs. João grudou as QUADRIXs de modo que ele ficou com uma matriz quadrada de ordem 2 e Kauê grudou as QUADRIXs formando uma matriz de ordem 1x4. João respondeu que as quatro QUADRIXs formaram uma matriz quadrada de ordem 2. Kauê, ouvindo a resposta de João deveria formar a mesma matriz (Figura 6.2).

Pesquisadora 1: *João fala para o Kauê qual é a matriz que você montou.*
João: *É... Como?*
Pesquisadora 1: *Quantas linhas tem a sua matriz e quantas colunas.*
João: *Ah, tá! Duas linhas e duas colunas.*
Kauê: *Ah, então eu sei como é que é.*

Trecho 6.1: A ordem numa matriz

Figura 6.2: Kauê segue o comando de João

As orientações recebidas fazem com que Kauê monte a matriz corretamente como mostra a (Figura 6.2) acima. Utilizamos alguns objetos que seriam introduzidos nas QUADRIXs, para que os aprendizes pudessem discutir a posição de um elemento numa matriz quadrada de ordem 2. João posicionou os objetos na matriz nas posições a_{11} e a_{12}, e deveria passar essa informação para que Kauê fizesse o mesmo em sua matriz. Em primeira instância, João não conseguia passar as informações a Kauê. Dizia muitas palavras, eram muitas informações ao mesmo tempo e via-se claramente a preocupação dele em mostrar a localização ao colega da forma correta.

Pesquisadora 1: *Agora você vai falar para mim e para o Kauê, em qual posição estão os dadinhos?*
João: *Na primeira linha, como fica mais fácil? Na primeira linha no canto superior a esquerda, está o primeiro. De uma ponta a outra. Na primeira linha e primeira coluna, tá? E na segunda linha, segunda coluna, o outro dadinho no superior direito.*

$$\begin{bmatrix} X & X \\ \_ & \_ \end{bmatrix}$$

Pesquisadora 2: *Então fala um por vez.*
Pesquisadora 1: *A primeira posição qual é?*
João: *Primeiro canto, primeira linha, primeira coluna. Primeira linha, canto superior esquerdo* (Refere-se ao elemento a_{11}).
Pesquisadora 1: *Entendeu Kauê?*
Kauê: *Entendi* (Kauê posiciona em a_{21}).

$$\begin{bmatrix} \_ & \_ \\ X & \_ \end{bmatrix}$$

Pesquisadora 1: *Então, coloca Kauê. Qual que é o segundo, João?*
João: *O segundo é primeira linha, segunda coluna, canto superior esquerdo* (Refere-se ao elemento $a_{11,}$ mas Kauê coloca o objeto na posição a_{22}).

$$\begin{bmatrix} \_ & \_ \\ X & X \end{bmatrix}$$

Trecho 6.2: João fala ao Kauê a posição de objetos em sua matriz

Percebemos que Kauê usava como referência seu corpo. A primeira linha anunciada por João era a imediatamente paralela ao seu corpo.

Pesquisadora 2: *Qual é a sua primeira linha Kauê?*
Kauê: *A primeira linha é essa aqui, essa aqui, essa* (aponta para a segunda linha, fazendo um movimento horizontal com as mãos).
Pesquisadora 2: *Então, você está contando essa primeira linha, em relação ao seu corpo?*
Kauê: *Isso, é assim ó* (mostra novamente a segunda linha).
Pesquisadora 2: *Então, conta a outra, a outra linha para mim.*
Kauê: *Assim* (aponta para a primeira linha fazendo um movimento horizontal).
Pesquisadora 2: *Essa é a segunda?*
Kauê: *É* (continua mostrando a primeira linha).
Pesquisadora 2: *Primeira coluna?*
Kauê: *Primeira coluna, primeira coluna. Assim* (aponta no sentido da primeira coluna, de baixo para cima).
Pesquisadora 2: *E a primeira linha?* (Kauê aponta para a segunda linha). *Você tem que usar como no papel a sua matriz. Por onde você começa?*
Kauê: *Que nem o papel?*
Pesquisadora 2: *É. Onde é a sua primeira linha, então?*
Kauê: *A primeira linha é aqui* (pensa em apontar para segunda linha, mas não aponta), *é aqui assim* (aponta para a primeira linha).
Pesquisadora 2: *Isso.*

Trecho 6.3: Kauê tem como ponto de referência o seu corpo

Após algumas tentativas, Kauê compreende e posiciona seus objetos em suas devidas posições. Chegava a vez de inverter os papéis. Agora Kauê manda no jogo, e cria a sua própria matriz. Ele deve informar ao João que matriz ele possui e indicar ao colega as posições onde se encontram os objetos que ele depositou nas QUADRIXs.

Kauê: *É... Tem, duas linhas, duas linhas, e três colunas* (João monta a sua matriz de ordem 2x3). *Certo, né?*
Pesquisadora 2: *Ah, certinho. Agora você que coloca Kauê e fala para o João, agora é a hora de ele fazer. Coloca um por vez e fala para ele onde está* (Kauê coloca o dadinho na a_{12}).
Kauê: *Primeira, primeira linha, canto, canto...*
João: *Que coluna? Quero saber a coluna?*
Kauê: *Primeira linha da segunda coluna, é, canto, canto direito, direito.*
João: *Alto* (referia-se a primeira linha) *ou baixo* (referia-se a segunda linha)*?*
Kauê: *Alto* (João posiciona o dado em a_{12}. E Kauê, coloca o segundo dado na posição a_{21}).
Kauê: *Segunda linha, primeira coluna, canto esquerdo* (João posiciona corretamente).

Trecho 6.4: Kauê monta uma matriz e passa comandos a João

Kauê compreende a representação da matriz na ferramenta e consegue passar as informações de uma forma clara ao seu colega. Inicialmente ele tinha muita dificuldade, parecia até compreender o que estava fazendo, mas, não conseguia transformar em palavras para transmitir informações ao colega, com o decorrer das atividades foi se familiarizando e compreendendo melhor, isto o auxiliou a usar uma linguagem que fosse melhor compreendida por seu colega.

6.5.1.2. Desenvolvimento da Atividade pelas aprendizes surdas:

As aprendizes surdas que estavam trabalhando em trio também realizaram as atividades iniciais com êxito. Cada aprendiz surda estava com uma matriz de ordem três e receberam da Pesquisadora 1 um objeto – um dado. Maria coloca o dado na posição a_{33} (Figura 6.3) de sua matriz, e através da língua de sinais, explica às colegas, Fabi e Talita. Lembrando que elas não podiam ver a matriz uma da outra.

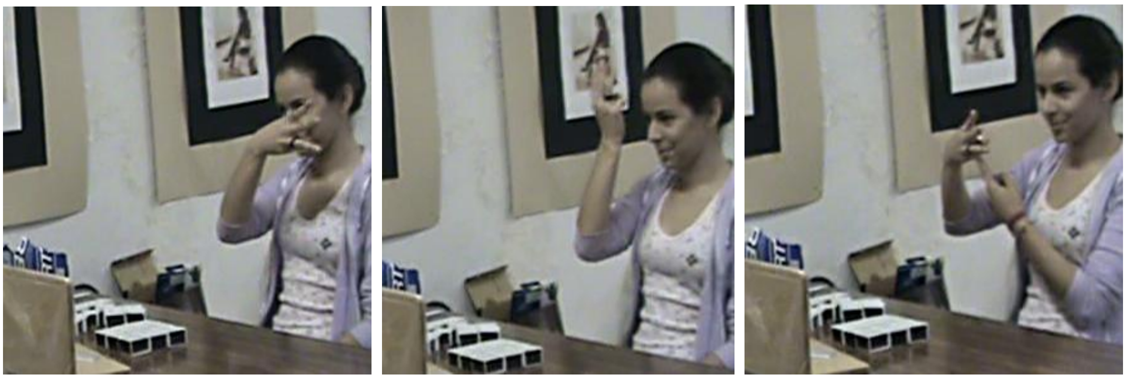


Figura 6.3: Maria criando sinais para indicar a posição a_{33}

Maria: *Três linhas, três colunas, aqui.* (indicando a posição a_{33}).

Talita, logo após o primeiro sinal enviado por Maria, coloca o dado na posição a_{31}, depois gira por várias vezes sua matriz, olhando atentamente para ela, tira o objeto da matriz e torna a depositá-lo em a_{31}. O objeto que a Pesquisadora 1 oferece agora às aprendizes tem formato de coração. Enquanto a Pesquisadora 1 entrega o objeto às três aprendizes, Maria posiciona o coração na posição a_{21}. As aprendizes Talita e Fabi, por sua vez, posicionaram o coração na posição a_{23}.

A Pesquisadora 1 distribuiu para as meninas o objeto porquinho. Maria posiciona o objeto na posição a_{12} (Figura 6.4) e gesticula:

Maria: *Três linhas e três colunas, coluna central* (fazendo uma marcação com a mão na posição vertical nas linhas da matriz. Em seguida, ela gira as linhas e torna-as colunas, e, com a outra mão, segura a ponta do dedo que está no meio), *elemento do meio*.

Figura 6.4: Maria criando sinais para indicar a posição m_{12}

Talita: *Segunda coluna, primeiro elemento, primeiro elemento da segunda coluna, da matriz 3x3*. (Fabi também gesticula para confirmar a informação passada por Maria, sinalizando com o dedo médio, tocando sua ponta).

Fabi: *Elemento do meio?* (Maria confirma fazendo um sinal de positivo com a cabeça. Em seguida as aprendizes Fabi e Talita posicionam o porquinho).

Pesquisadora 1: *Então, agora vamos repetir um objeto? Vamos repetir o morango!* (E entrega às aprendizes surdas o morango. Maria resolve colocar o morango na posição a_{23}, e gesticula).

Maria: *Três linhas e três colunas, 'um', linha no meio da matriz,* (ou seja, indicando a segunda linha). *'Um', coluna vertical*. (Assim que ela termina as outras duas meninas contra gesticulam com ela, ao mesmo tempo).

Fabi: *Segunda coluna*, *terceira coluna, matriz na forma 3x3* (três por três, ou ordem três)*, e primeira coluna*. (Maria observa atentamente a posição de Fabi e acrescenta)

Maria: *Matriz* três por três (*3x3*)*, segunda linha da matriz* (Enquanto Fabi colocava sua posição, Talita também colocava a dela).

Talita: *Linha central,* (ou seja, a linha dois), *primeira coluna,* (ela fica observando a conversa entre Maria e Fabi) *e posição* a_{21}.

Fabi: *Na* a_{21}.

Pesquisadora 1: *Pronto, agora acabou? Todo mundo já conseguiu? Agora vamos conferir?*

Trecho 6.5: Aprendizes interagindo para posicionar o objeto em a_{23}

Conferidas as matrizes e observa-se que sempre que Maria (Figura 6.5) utilizava a primeira ou terceira coluna, as aprendizes Talita e Fabi posicionavam seus objetos no lado contrário, ou seja, objeto na primeira coluna era posicionado na terceira coluna e objeto na terceira coluna era posicionado na primeira coluna.

Figura 6.5: Maria posicionou o carro em a_{33}

As três matrizes foram posicionadas voltadas para Maria. Nesse momento pudemos alertar as aprendizes que na verdade estavam sendo criadas "matrizes espelhos" (Figura 6.6).

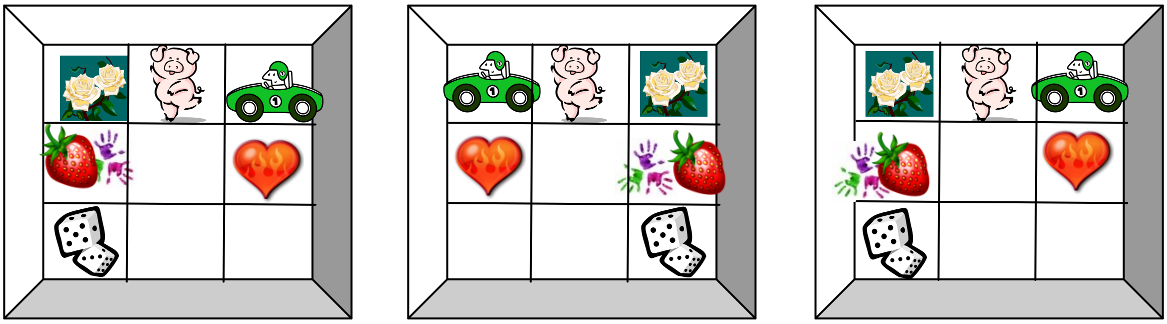


Figura 6.6a: Talita **Figura 6.6b: Maria** **Figura 6.6c: Fabi**

Figura 6.6: Matrizes espelhos de Talita e Fabi sobre a matriz de Maria

Discutindo sobre a posição das matrizes e as aprendizes percebem que, de fato, houve troca de posições entre a primeira e terceira coluna. Acreditamos que isso estava ocorrendo pelo fato de as meninas estarem posicionadas umas de frente para as outras e acabavam, assim, confundindo a questão da direita e da esquerda.

Assim como aconteceu na aplicação da atividade com os aprendizes cegos, foram invertidos os papéis também com as meninas surdas. Maria que havia iniciado a atividade agora receberá instruções de Talita e Fabi. A Pesquisadora 1 explica às aprendizes que a mesma atividade será realizada, mas começando por Fabi e Talita.

Pesquisadora 1: *Ossinho.*
Fabi: *Três colunas, elemento do meio, segunda coluna, embaixo, coluna do meio* (Fabi coloca o ossinho na posição a_{32}).
Maria: *Três linhas, coluna do meio, último elemento?*
Fabi: *Coluna do meio, embaixo. Isso* (Maria posiciona em a_{32}).
Pesquisadora 1: *O porquinho já foi?* (Talita posiciona o porquinho em a_{11}).
Talita: *Três colunas, primeira coluna, primeira linha.*
Maria: *Lado direito?*
Talita: *Lado esquerdo, primeira posição* (Maria posiciona o porquinho em a_{13}. E faz uma expressão com o rosto de não sei).
Pesquisadora 1: *O dadinho de novo* (Fabi posiciona o dado em a_{31}).
Fabi: *Três colunas, primeira coluna, última posição* (Maria posiciona o dado em a_{33}).
Pesquisadora 1: *Ossinho.*
Talita: (Posiciona em a_{13}, e gesticula) *Três colunas, terceira coluna, primeira linha, última posição* (Maria posiciona em a_{11}).

Trecho 6.6: Segunda rodada da atividade 1

Assim que a segunda sessão da primeira atividade terminou, as Pesquisadoras e a Intérprete fizeram a conferência dos resultados. Todavia, a mesma situação se repetia; as aprendizes continuavam trocando as posições das primeiras e terceiras colunas da matriz de ordem 3. Imediatamente, aproveitando a oportunidade, a

Intérprete conversa com as aprendizes em LIBRAS e ressalta o que é esquerda e o que é direita, para que elas criassem uma estratégia para resolver o impasse. Talita entende e sorri.

Então podemos observar a criação de um sinal por uma das aprendizes surdas, que conseguiu assimilar o problema e criar uma solução para ele. Maria cria um sinal – toca o braço direito (Figura 6.7), para indicar o lado direito, ou os elementos que ficam na coluna da direita e toca no braço esquerdo (Figura 6.8), quando acontece o contrário.

Figura 6.7: Um sinal para indicar colunas à direita da matriz

Figura 6.8: Um sinal para indicar colunas à esquerda da matriz

Tivemos, noutro encontro, uma experiência com outra aprendiz surda, a Carol, que realizou com Fabi a atividade do Jogo do Descobrimento. Neste encontro, nós utilizamos um novo componente a ferramenta MATRIZMAT, que são números gravados em E.V.A. (Figura 6.9).

Figura 6.9: Números gravados em E.V.A.

Nesta atividade, a Pesquisadora 1 inicia explicando a atividade e a Intérprete faz a tradução às meninas. Fabi dá início, montando uma matriz de ordem 3x2 e passa os comandos a Carol.

> **Fabi:** (Usando LIBRAS) *Eu tenho seis quadradinhos, três linhas e duas colunas, entendeu?*
> **Carol:** Sim.
> **Intérprete:** *Tá? Ela explicou e agora você vai fazer aí, igual o dela, tá? Você não vai ver; você vai entender.*
> **Fabi:** *Dois* (quadradinhos), *dois, dois* (mostra as QUADRIXs em 3 linhas). *Uma coluna* (faz o gesto de coluna).
> **Intérprete:** *Quantas colunas aí?* (na matriz de Fabi).
> **Fabi:** *Uma.*
> **Intérprete:** *Não.*
> **Fabi:** *Tem três linhas.*
> **Intérprete:** *Sim, tem três linhas, tá certo. Coluna, conta pra mim.*
> **Fabi:** *Três linhas.*
> **Intérprete:** *Não, não, quantas colunas têm aqui?* (aponta para matriz).
> **Fabi:** *É uma.*
> **Intérprete:** *Uma? É quanto?*
> **Fabi:** *Duas.*

Trecho 6.7: Fabi diz a Carol a matriz que ela tem.

Neste trecho, observamos como foi importante a intervenção da Intérprete na conversa de Fabi e Carol. Fabi, inicialmente explica como está a sua matriz para que Carol a reproduza. No entanto, quando a Intérprete percebe que Carol não entendeu pede que Fabi repita a explicação.

Fabi explica mais uma vez a ordem de sua matriz para sua colega. Carol começa a montar, mas muito vagarosamente, o que leva a Intérprete a solicitar que, em havendo dúvida, que ela pergunte a Fabi, pois, segundo a Intérprete, Carol tem dificuldades em tirar dúvidas, é uma aprendiz "calada". Então, a intervenção da Intérprete encoraja Carol que resolve perguntar a Fabi qual o número de linhas e de colunas de sua matriz.

Com a certeza do que deveria fazer, Carol volta a montar a sua matriz e realiza a tarefa corretamente. Agora elas vão trabalhar com os números em E.V.A. Nesta etapa, Fabi precisa escolher números quaisquer, colocá-los em sua matriz e passar comandos a Carol, para que ela repita seu procedimento.

Fabi: *A matriz tem 3 linhas e 2 colunas. Dentro eu coloquei* (na ordem a_{11} até a_{32}) *zero* (a_{11})*, um* (a_{12})*, dois* (a_{21})*, três* (a_{22})*, quatro* (a_{31}) *e cinco* (a_{32}). *Entendeu? Zero* (a_{11})*, um* (a_{12})*, dois* (a_{21})*, três* (a_{22})*, quatro* (a_{31}) *e cinco* (a_{32}).
Intérprete: *Entendeu?* (Pergunta a Carol).
Carol: *Sim.*
Intérprete: *Então, agora faz igual.*

Trecho 6.8: Fabi explica as posições a Carol.

$$\text{Matriz de Fabi} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Carol posiciona os números em sua matriz, explica a Fabi como ela os posicionou. Ela diz que colocou os números um, dois, três, quatro, cinco e seis em sua matriz. Então, Fabi tenta confirmar onde os números foram colocados para certificar-se de que Carol os havia posicionado nos lugares corretos.

A Pesquisadora 1 afirma que a matriz de Carol está diferente da matriz de Fabi. Então, Fabi explica novamente a Carol como estão posicionados os elementos em sua matriz, e Carol resolve mudar os elementos de posições.

A Intérprete pede a Fabi que explique melhor a Carol onde estão localizados os elementos de sua matriz, que ela explique onde fica o zero de sua matriz, se é a sua direita, ou a sua esquerda, e assim por diante.

Agora, Carol entende e começa a posicionar novamente os números, todavia se confunde com esquerda e direita. Carol posiciona o zero à sua direita (a_{12}), só que

Fabi o posicionou em a_{11}. Fabi agora diz a Carol que o zero está posicionado à sua esquerda (a_{11}), esta começa então, a posicionar os elementos corretamente em sua matriz. Fabi vai explicando linha por linha e Carol vai posicionando. A primeira linha da matriz Carol conseguiu posicionar de forma correta, já a segunda ela teve um pouco de dificuldade. Ela não conseguia compreender onde deveria posicionar o elemento de número 3 (a_{22}).

Fabi explica a Carol que o número dois fica na segunda linha, embaixo do zero e que o três fica ao lado do número dois. Carol sinaliza a Fabi "dois, três" (indicando que o número dois está ao lado do número três), porém ela ainda fica em dúvida, na hora de posicioná-lo. A Intérprete pede que a Carol que faça perguntas a Fabi para tirar suas dúvidas. Carol sinaliza novamente a Fabi "dois, três" (indicando que o número dois está ao lado do número três), Fabi responde com a cabeça que sim, não saciando a dúvida de Carol, ela diz "um, três" (mostrando o número um em cima do número três). A Intérprete a ajuda, fazendo que ela pergunte a Fabi onde está o número três. Fabi responde "direita, um, três" (indicando que está na direita, embaixo do número um), enfim Carol posiciona corretamente. Fabi diz ainda que o número quatro ficava à sua esquerda embaixo do número dois. E o último número – cinco – posiciona onde sobrou, na posição a_{32}. Terminada esta etapa, chega a vez de Carol dar os comandos. Ela tem que montar uma matriz, dizer a Fabi que matriz ela tem, depois colocar números em E.V.A. e repetir para que Fabi construa uma matriz igual a dela. A matriz que Carol constrói (Figura 6.10) não tem um número certo de linhas e colunas.

Figura 6.10: Carol monta uma matriz estranha

A Intérprete explica a Carol que o número de linhas e colunas que ela vai escolher para construir sua matriz pode ser qualquer um, no entanto, todas as linhas deveriam ter o mesmo número de elementos, assim como deveria acontecer com as colunas.

Carol tem dificuldade para entender, a Pesquisadora 2 resolve mostrar a ela o que seria uma matriz, exemplificando com a ferramenta. Ela constrói uma matriz de ordem 4x2, uma de ordem 2, e uma de ordem 3, sempre fazendo com que Carol observe a estrutura das matrizes. Carol presta atenção e agora tenta fazer uma matriz usando a ferramenta MATRIZMAT e monta uma matriz (Figura 6.11) de ordem 2x4.

Figura 6.11: Carol monta uma matriz 2x4

Agora, Carol pode explicar a Fabi o que ela tem que fazer para montar uma matriz como a dela.

> **Carol:** *Linhas, duas. Linhas. Colunas, quatro, colunas.*
> **Fabi:** *Quantos quadradinhos? Quantos?*
> **Carol:** *Linhas, duas. Linhas. Quatro colunas.*
> **Fabi:** *Quadradinhos? Quantos?*
> **Carol:** *Quatro colunas.*
> **Fabi:** *Quadradinhos quatro?* (mostra uma QUADRIXs a Carol para ter certeza se é quatro quadradinhos ou não).
> **Pesquisadora 2:** *Não! São quatro colunas.*
> **Fabi:** *Eu perguntei quantos quadradinhos. Oito* (conta o número de quadradinhos que ela tem na matriz que montou). *Duas linhas e quatro colunas?*
> **Carol:** *Sim.*

Trecho 6.9: Carol fala para Fabi a matriz que montou

Agora, Carol vai posicionar, em sua matriz, alguns números em E.V.A. e vai passar comandos a Fabi para que ela repita o seu procedimento. Carol tenta explicar a Fabi, mas está muito confuso e Fabi não consegue entender, então a Pesquisadora 2 pede para que ela diga que número se encontra na posição a_{11} de sua matriz.

Carol: *Um.*
Fabi: *Um é na direita?*
Carol: *Sim.*
Fabi: *Na primeira linha?*
Carol: *Sim.* (Fabi posiciona em a_{14}).
Fabi: *E a de baixo?*
Carol: *Dois fica embaixo, na direita.*

Trecho 6.10: Carol fala a primeira posição a Fabi

Fabi fica confusa com os comandos de Carol, as Pesquisadoras tentam explicar novamente a Carol o que é esquerda e o que é direita. Então, a Pesquisadora 2 orienta Fabi a posicionar o número um na posição a_{11}, que fica à esquerda da matriz.

Fabi: *Esquerda?* (Fabi posiciona em a_{11}). *Não é direita, é esquerda* (diz para Carol).
Carol: *Dois, um, embaixo.*
Fabi: *Um, dois, ao lado do um? Como?*
Carol: *Um, dois, embaixo do um.*
Fabi: *Um, dois, embaixo do um. Ok* (posiciona em a_{21}).
Carol: *Zero, esquerda, três, em cima.*
Fabi: *Esquerda, três ao lado do um?*
Carol: *Três embaixo*. (Fabi posiciona 3 em a_{22}). Direita, em cima, quatro (posição a_{13}). Embaixo, direita, cinco (posição a_{23}). (Fabi posiciona os números corretamente). *Direita, dez, embaixo, cinco, embaixo* (posições a_{14} e a_{24}).
Fabi: *Zero em cima e embaixo cinco? Zero, em cima e embaixo cinco?*
Carol: *Não, cinco.* (Fabi ainda indecisa). *Dez, esquerda!* (Fez confusão novamente).
Fabi: *Ah é dez!*

Trecho 6.11: Carol termina de ditar a matriz 2x4 a Fabi

Carol teve um pouco de dificuldade em transmitir as informações de sua matriz à Fabi. Ela explicava através de gestos que ela colocou números quaisquer na matriz. Foi necessário o auxílio da Pesquisadora 2 para que Carol entendesse a maneira com a qual ela deveria expor sua matriz à Fabi.

Carol tenta mostrar a Fabi, através de sinais, que número ela tinha posto em a_{11}, todavia, ela não havia deixado muito claro a Fabi que posição era aquela. Então as pesquisadoras lembram-na que seria bom explicar à Fabi, se este número encontrava-se à sua esquerda ou à sua direita. Desta forma, Fabi consegue posicionar corretamente os números que Carol indicava na matriz.

Ao término da atividade, as aprendizes conferem se acertaram. A matriz que as duas montaram estava igual e era a seguinte matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 10 \\ 2 & 3 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

A atividade foi muito boa, percebemos que a ferramenta já estava auxiliando bastante a aprendiz Carol, que conseguia relacionar as posições dos elementos da matriz e transmitir a mensagem a Fabi.

Antes da descrição da próxima atividade que foi aplicada somente às aprendizes surdas, refletimos sobre a primeira e chegamos a algumas conclusões, expostas no feedback a seguir.

6.5.2 FEEDBACK DA PRIMEIRA ATIVIDADE COM OS APRENDIZES

Nesta primeira atividade, a falha na comunicação das três primeiras aprendizes surdas, Maria, Talita e Fabi, provocada principalmente pelo fato de elas estarem posicionadas uma de frente às outras, foi superada pela criação de um sinal por uma das aprendizes. Sinal esse que passa a ser compartilhado por todo grupo. E então, a ferramenta MATRIZMAT poderia ser utilizada normalmente, já que o problema de comunicação havia sido superado.

Ainda trabalhamos noutro encontro, com as aprendizes Fabi e Carol, quando a mesma atividade foi aplicada. Supostamente, Carol já havia estudado esse conteúdo em suas aulas. Foi uma atividade muito interessante, pois Carol, sem ter experiência anterior com a ferramenta como Fabi, conseguiu superar suas dificuldades, familiarizando-se com a ferramenta e trabalhando os conceitos de matrizes. Aqui Fabi não utilizou o sinal criado por Maria – “tocar no braço esquerdo” ou “tocar no braço direito” – no primeiro encontro, ela utilizou sinal de esquerda e de direita.

Com os aprendizes cegos, pudemos observar que o maior desafio foi a utilização da ferramenta por parte de Kauê. O ponto de referência que ele utilizava não ajudou na reprodução da matriz de João. Em contrapartida, João visualizou mais rapidamente a situação. Sabendo que os aprendizes já haviam estudado matrizes, talvez, as dificuldades encontradas, durante a realização desta atividade, podem ser consequências da falta de material adequado às suas necessidades, nas primeiras situações de aprendizagem, envolvendo esse conteúdo.

Nas entrevistas, os aprendizes nos informaram que nunca tinham usado material manipulativo para o estudo das matrizes. Na verdade, suas concepções haviam se estruturado a partir de informações recebidas oralmente e “quadros” representados no papel.

> **Pesquisadora 2:** *E vocês usaram algum material para aprender matrizes?*
> **João:** *Não. Tipo, para facilitar no Braille, eu... Eu não vou falar que eu adaptei porque deve ter tido outras pessoas que tiveram a mesma ideia que eu. Eu, tipo para representar uma matriz eu envolvia entre chaves.*
> **Kauê:** *É.*
> **João:** *E para representar as linhas eu envolvia entre colchetes, por exemplo***:** *A igual abre chaves, abre chaves, abre colchetes, que é para fazer o início da linha 1; 1, 2 fecha colchetes vírgula, que é para separar a linha, abre colchetes que é a linha 2; 3, 4 fecha colchetes e fecha chaves que é o fim da matriz (...) Aí dava pra, pra eu não ter que desenhar entendeu? Não ter que fazer aqueles quadros que dão muito, é...*
> **Kauê:** *Muito espaço na folha.*
> **João:** *É muito espaço na folha.*
>
> **Trecho 6.12: Aprendizes enfatizam o modo que escreviam matrizes**

Usando a notação proposta por João podemos escrever a matriz:

A={[1 2], [3 4]}.

Percebe-se que esta maneira de representar matriz não se assemelha a maneira usual de representar matrizes. Todavia, essa foi a forma que eles encontraram para representá-las. De fato, usando o Braille, essa representação utilizaria muito espaço na folha, além de ser um pouco trabalhosa de ser representada.

6.5.3 Atividade 2: Dinâmica das Matrizes

A atividade apresentada a seguir foi trabalhada somente com as aprendizes surdas, pois na primeira sessão alguns impasses haviam sido criados em relação ao número de QUADRIXs e ordem de uma matriz. Esse tipo de atividade foi explorado com os cegos, quando falamos de Igualdade de Matrizes, todavia foi-lhes apresentado como situação de relembrar alguns conceitos já estudados por eles.

A seguir (Quadro 6.2), apresentamos a segunda atividade, que tinha o intuito de explorar algumas questões importantes que envolvem matrizes, como por exemplo, saber que ter o mesmo número de elementos não garante a mesma ordem entre duas matrizes.

Quadro 6.2: Recorte da segunda atividade

Atividade 2 – DINÂMICA DAS MATRIZES São colocadas algumas situações e, através destas, os aprendizes devem examinar quais as possibilidades de Matrizes que eles podem observar, e a que conclusão chegaram. o Construam com as ferramentas MATRIZMAT, uma Matriz que contenha: a. 12 peças de MATRIZMAT b. 9 peças de MATRIZMAT c. 2 peças de MATRIZMAT d. 6 peças de MATRIZMAT e. 4 peças de MATRIZMAT f. 3 peças de MATRIZMAT ➢ Falem suas observações ou descrevam na folha ➢ Podem montar outras? ➢ Qual seria a ordem?

6.5.3.1. Desenvolvimento da atividade pelas surdas

Tínhamos o objetivo de mostrar às aprendizes que duas matrizes com o mesmo número de elementos poderiam não ser necessariamente matrizes de mesma ordem. A Intérprete esteve envolvida na apresentação da atividade explicando o que deveria ser feito às aprendizes, juntamente com as Pesquisadoras. Contudo, pedimos em Libras que as três aprendizes pegassem 12 (doze) QUADRIXs, para que pudessem construir a matriz que elas achassem conveniente. Ao iniciar esta atividade, Talita começa a contar a primeira linha da matriz de ordem 2x12 que ela construiu. Enquanto isso sua colega Maria sorria e olhava para Talita, dando impressão de que ela sabia que Talita não havia entendido.

Talita começa a contar as suas QUADRIXs e, ao chegar na contagem de dez QUADRIXs na primeira linha da matriz que ela estava construindo, faz um movimento com as mãos para pegar mais QUADRIXs e, então, Maria e a Intérprete, dizem: "*Não*" (Figura 6.12).

Maria: *Conta as QUADRIXs das duas linhas da Matriz e não somente uma*.
Intérprete: *Não, não, não, não*. *Doze quadrados!*

Figura 6.12: Maria e Intérprete explicando a Talita

E Talita começa a contar novamente, mas agora ela conta um elemento da primeira linha e um elemento da segunda linha e assim sucessivamente, até terminar de contar doze QUADRIXs. Assim que ela termina, retira as QUADRIXs que estão a mais e constrói uma matriz 2x6.

Intérprete: *Que matriz é essa?*
Maria: *Não sei*.
Pesquisadora 2: *Que ordem?*.
Maria: *Linha?*

Trecho 6.13: Maria confunde ordem duma matriz com linha

Figura 6.13: Maria pergunta se ordem é linha

Intérprete: *Não, não, não, não, não. Do seu jeito fala quantas linhas tem?* (dirigindo-se a Fabi).
Fabi: *Três*.
Intérprete: *E quantas colunas?*
Fabi: *Quatro*.
Intérprete: *E você* (Maria)*?*
Maria: *Duas linhas e quatro colunas*.
Intérprete: *Ela* (Maria) *disse que na dela, tem duas linhas e quatro colunas. E você* (Talita)*?*
Talita: *Tem duas colunas e seis linhas*.
Intérprete: *Não, conta de novo as linhas, as linhas!*
Talita: *Duas linhas*.
Intérprete: *Quantos?*
Talita: *Duas linhas*.
Intérprete: *E quantas colunas?*
Talita: *Seis*.

Trecho 6.14: Aprendizes assimilando o conceito de ordem duma matriz

Nesta atividade onde as aprendizes faziam uma comparação de matrizes com um determinado número de QUADRIXs (elementos), elas discutiam as ordens diversas que conseguiram formar através de uma matriz construída com 12 elementos.

Diante de toda esta discussão, Fabi fica em dúvida na resposta de Talita e questiona a Intérprete sobre o número de linhas da matriz de Talita. Ela explica a Fabi, utilizando sua própria matriz, mostrando-a na ferramenta.

Intérprete: *Duas linhas*. (E mostrando na matriz de Fabi, enfatiza as linhas da matriz dela). *Uma, duas, três, três linhas, e quatro colunas*.
Pesquisadora 1: *E quando agora, a gente fala em ordem de matriz, essa matriz* (da Fabi) *tem três linhas e quatro colunas. Então a ordem dela é 3x4* (três por quatro).
Intérprete: *A ordem dela é 3x4* (três por quatro).

Pesquisadora 1: *E a ordem da matriz dela?* (mostrando a matriz de Talita). *É uma matriz que tem duas linhas e seis colunas. Então é uma matriz de ordem 2x6* (dois por seis).
Intérprete: *Ordem 2x6* (dois por seis).
Pesquisadora 1: *E a dela* (mostrando a matriz de Maria), *é igual a dela* (mostrando a matriz de Talita).
Intérprete: *Iguais*.
Pesquisadora 1: *Certo. Agora, com doze caixinhas, vocês conseguem montar matrizes de outras ordens? Com as mesmas caixinhas que vocês têm?*

Trecho 6.15: O conceito de ordem de matriz para as aprendizes.

Dando continuidade a atividade, é pedido que as aprendizes construam outras matrizes com as QUADRIXs que elas têm. Maria e Fabi entendem a proposta, Talita não entende, ela continua com um pouco de dificuldade, porém a Intérprete explica-lhe mais uma vez.

Após serem montadas as novas matrizes, as aprendizes são questionadas novamente. Agora elas devem dizer que ordem corresponde a matriz que elas montaram. Fabi monta uma matriz de ordem 6x2, Maria constrói uma matriz de ordem 3x4 e Talita uma matriz de ordem 4x3.

Fabi: (Conta as caixinhas e responde): *Seis por dois* (6x2).
Intérprete: *Seis por dois?* (Pergunta a Intérprete para as Pesquisadoras).
Pesquisadora 1: *É*.
Intérprete: *Certo!* (fala dirigindo-se a Fabi).
Talita: *Três por quatro*.
Intérprete: *Três por quatro?* (pergunta a Intérprete para as Pesquisadoras).
Pesquisadora 2: *Quatro. Primeiro a linha, depois...*
Intérprete: *Primeiro a linha*.
Talita: *Quatro por três!*
Pesquisadora 1: *E a sua* (Maria), *qual é a ordem?*.
Maria: *Três por quatro!*

Trecho 6.16: Compreensão do conceito de ordem de matriz

As aprendizes continuam a atividade, vão acertando todos os tipos de matrizes, até que Maria acaba se confundindo numa matriz, a de ordem 1x12.

Intérprete: *E você* (Maria)*?*
Maria: *Um por zero* (Figura 6.16- sorri).

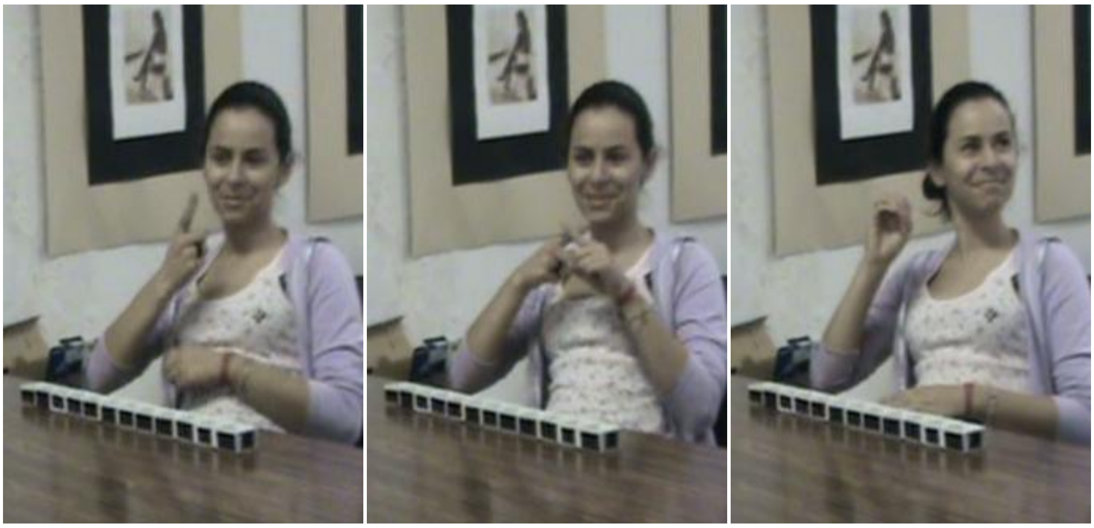


Figura 6.14: Maria chama ordem de matriz de 1x0

Após este acontecido, fazemos com que ela reflita sobre a resposta que deu. Então, continuamos:

> **Intérprete:** *Por zero não! Quanto tem aqui?*
> **Maria:** *Uma linha.*
> **Intérprete:** *E quantas colunas?*
> **Maria:** *Hum, doze?*
> **Pesquisadora 1:** *Ah, isso, certo. Agora vamos pra próxima atividade?*
>
> **Trecho 6.17: Reflexão sobre resposta de Maria**

Ao término desta atividade, seguimos com algumas reflexões sobre todas as atividades que vimos até aqui.

6.5.4 Feedback da Segunda Atividade com as aprendizes surdas

Para a segunda atividade aplicada somente às aprendizes surdas, nosso propósito era promover discussões acerca da ordem de uma matriz.

A ferramenta tornou-se um instrumento de mediação, de ajuda para as aprendizes surdas. Com o uso da MATRIZMAT, elas puderam enfrentar os problemas e descobrir os erros. A possibilidade de montar rapidamente matrizes de diferentes ordens, parece ter favorecido a compreensão do que é linha e coluna de matrizes.

6.5.5 ATIVIDADE 3: IGUALDADE DE MATRIZES

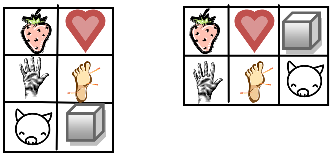
Nesta atividade (Quadro 6.3), serão apresentadas algumas matrizes de diferentes ordens, com elementos diferentes e que serão comparadas pelos aprendizes para que eles consigam, com o uso da ferramenta MATRIZMAT, verificar quando duas matrizes são iguais. Os aprendizes receberão as matrizes e, ao entenderem o processo da Igualdade, vão mostrar-nos como fazer para igualá-las.

Quadro 6.3: Recorte da terceira atividade

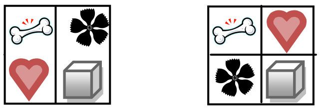
Atividade 3 – COMPARAÇÃO DE MATRIZES (MATRIZMAT EM COMPARAÇÃO)

- Dadas duas Matrizes, verificar se elas são iguais. Se não forem iguais, como fazer para que fiquem iguais?

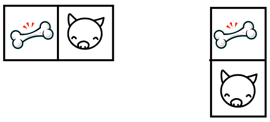
A.



B.

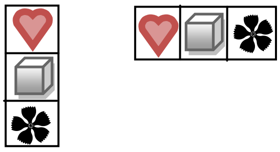


C.

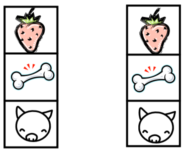


D.

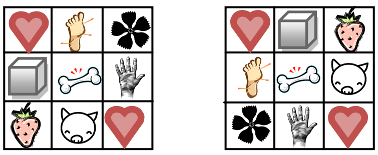
E.



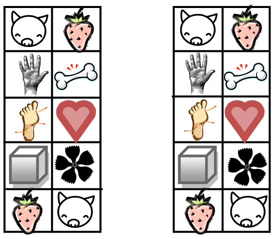
F.



G.



H.



A atividade de Igualdade de Matrizes que acabamos de apresentar foi utilizada para trabalhar tanto com os cegos quanto para os surdos. No entanto, esta atividade teve que ser adaptada para os aprendizes cegos.

Desse modo, um novo componente foi adicionado a ferramenta. Para os aprendizes cegos, adicionamos tampinhas com os números em Braille[9] (Figura 6.15) gravados sobre ela e para os aprendizes surdos além dos botões de diversas formas, foram adicionados números gravados em material E.V.A. (Figura 6.9), que já foram explorados anteriormente neste trabalho.

Figura 6.15: Tampinhas com números gravados em Braille

Esses novos componentes são utilizados tanto para trabalhar a questão da Igualdade de Matrizes, quanto para trabalhar a questão da Adição de Matrizes, como veremos mais adiante.

A atividade destinada aos cegos tinha o mesmo objetivo, porém, com a adaptação que precisou ser feita. Apresentamos outros exercícios como veremos no quadro a seguir.

Quadro 6.4: Atividade - Igualdade de Matrizes propostas aos cegos

a) $\begin{pmatrix} \_\_ & 1 \\ 3 & \_\_ \end{pmatrix}_{2x2} = \begin{pmatrix} 2 & \_\_ \\ \_\_ & 4 \end{pmatrix}_{2x2}$

b) $(7 \quad \_\_ \quad \_\_)_{1x3} = (\_\_ \quad 5 \quad 0)_{1x3}$

c) $\begin{bmatrix} 1 \\ \_\_ \\ 0 \end{bmatrix}_{3x1} = \begin{bmatrix} \\ 3 \\ \\ \end{bmatrix}_{3x1}$

d) $\begin{pmatrix} \\ 0 \\ \\ \end{pmatrix}_{3x1} = (9 \quad \_\_ \quad 6)_{1x3}$

e) $\begin{bmatrix} \_\_ & 7 & \_\_ \\ 5 & \_\_ & \_\_ \end{bmatrix}_{2x3} = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 4 \\ \_\_ & 3 & 6 \end{bmatrix}_{2x3}$

f) $\begin{bmatrix} 1 & \_\_ \\ 3 & \_\_ \\ \_\_ & 5 \end{bmatrix}_{3x2} = \begin{bmatrix} \_\_ & 1 \\ \_\_ & 3 \\ 0 & \_\_ \end{bmatrix}_{3x2}$

Nesta atividade, que foi denominada COMPARAÇÃO DE MATRIZES (MATRIZMAT EM COMPARAÇÃO), tivemos o propósito de verificar se os aprendizes sabiam o

[9] Esses números foram compostos por adesivos plásticos, com os números gravados em Braille, que foram fornecidos por Renato José, Revisor / Consultor Braille e Qualidade do Instituto Laramara (Associação Brasileira de Assistência ao deficiente visual), em 2011.

que era Igualdade de Matrizes, quais as condições necessárias para que duas matrizes sejam iguais e como podemos deixar duas matrizes iguais.

6.5.5.1. Desenvolvimento da atividade pelos aprendizes cegos

Demos início a atividade com os cegos e a primeira proposta que fizemos foi verificar se as matrizes apresentadas pela Pesquisadora 1 eram iguais. João ficou com as matrizes de ordem 2 (Figura 6.16), as toca com as mãos e parece percebe que há algo de diferente.

Figura 6.16: João verificando se as matrizes são iguais

João diz que as matrizes tem a mesma ordem, mas de números não iguais. As matrizes apresentadas a João foram as seguintes:

$$\textbf{a)}\ \begin{pmatrix} \_ & 1 \\ 3 & \_ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \_ \\ \_ & 4 \end{pmatrix}$$

Os aprendizes deveriam completar os espaços vazios das matrizes para que elas ficassem iguais. No mesmo momento, a Pesquisadora 2 passa os comandos da atividade para Kauê e apresenta a ele duas matrizes de ordem 1x3, e pergunta se elas são iguais. Kauê, não bem familiarizado com as matrizes, diz não se lembrar do que foi trabalhado na semana anterior e demora um pouco para avaliar se as matrizes tem a mesma ordem.

A Pesquisadora 2 tenta ajudar Kauê, perguntando quantas linhas e quantas colunas tinham as matrizes que lhe foram apresentadas. Kauê diz à Pesquisadora como seria uma linha e uma coluna. Com um movimento para direita, na horizontal, Kauê mostra o que ele entende por linha, na matriz (Figura 6.17).

Figura 6.17: Kauê mostrando a linha

Com um movimento vertical para cima, Kauê mostra, na matriz, o que ele entende por coluna (Figura 6.18).

Figura 6.18: Kauê mostrando a coluna

Fazendo esse processo, ele consegue falar a ordem da matriz, dizendo que a matriz possui três colunas e uma linha, ou seja, é uma matriz de ordem 1x3. O próximo desafio de Kauê é tornar as matrizes iguais. Acompanhamos Kauê, durante o processo de torná-las iguais.

$$(7 \quad \_ \quad \_) \quad = \quad (\_ \quad 5 \quad 0)$$

Pesquisadora 3: *Então, explica o que você fez* (pergunta a Kauê – que havia iniciado uma resposta).
Kauê: *É... Deixa eu pensar. Eu só acrescentei um número aqui* (na primeira matriz – a_{12}) *da segunda coluna* (na segunda matriz – a_{12}).

$$(7 \quad \_ \quad \_) = (\_ \quad 5 \quad 0)$$

Pesquisadora 2: *Que número é esse aí* (posição a_{11}, da primeira matriz)*? Que tá na primeira linha, primeira coluna?*
Kauê: *Primeira linha, primeira coluna? Hum,* (toca no número) *7!*

$(7 \quad \_ \quad \_) = (\_ \quad 5 \quad 0)$ < (CORRETO)>

Pesquisadora 2: *E o número da primeira linha, segunda coluna* (matriz 1)*?*
Kauê: *Seis.*

$(7 \quad 6 \quad \_) = (\_ \quad 5 \quad 0)$ < (RESPOSTA INCORRETA)>

Pesquisadora 2: *E no outro que posição você tem mais ou menos?*
Kauê: *Ah não. Cinco* (a_{12})*, e zero* (a_{13}). *Tem que ficar igual, né?* (Recebe o número zero da Pesquisadora 2).

$(\_ \quad \_ \quad 0) = (\_ \quad 5 \quad 0)$ < (CORRETA)>

Kauê: *Zero* (a_{13}). *Cinco, cinco, cinco* (Posiciona o número cinco).

$(\_ \quad 5 \quad 0) = (\_ \quad 5 \quad 0)$ < (CORRETA)>

Kauê: *Pronto.*
Pesquisadora 2: *Mas você tirou um.*
Pesquisadora 3: *Tá certo, né?*
Pesquisadora 2: *Tá. Você tirou o 7* (sete – posiciona o número sete no lugar).

$(7 \quad 5 \quad 0) = (\_ \quad 5 \quad 0)$ < (CORRETA - pesquisadora)>

Pesquisadora 2: *Estava certinho, estava igual, mas aí você tirou esse número.*
Kauê: *Ah, não podia tirar esse daqui, não? Ah, tá! Ah, entendi!* (diz ao tocar as duas matrizes).

$(7 \quad 5 \quad 0) = (7 \quad 5 \quad 0)$ < (CORRETA)>

Pesquisadora 2: *E agora? Tá certinho?*
Kauê: *Agora está!*

Trecho 6.18: Kauê mostra como igualou as matrizes.

Agora, verificamos o trabalho de João, que trabalhou com uma matriz de ordem 2 e realizou a tarefa, com facilidade.

Pesquisadora 1: *Pronto?* (dirige-se ao João) *Porque agora elas estão iguais?*
João: *Esse aqui é 2* (a_{11} – primeira matriz)*,*

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & \_ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \_ \\ \_ & 4 \end{pmatrix}$$

e esse aqui (a_{11} – segunda matriz) *é 2 também**.***

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & \_ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \_ \\ \_ & 4 \end{pmatrix}$$

Esse aqui (a_{12} – primeira matriz) *é 1,*

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & \_ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \_ \\ \_ & 4 \end{pmatrix}$$

esse aqui (a_{12} – segunda matriz) *é 1.*

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & \_ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ \_ & 4 \end{pmatrix}$$

Esse aqui (a_{21} – primeira e segunda matriz) *é 3,*

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & \_ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

esse aqui (a_{22} – primeira e segunda matriz) *é 3, ow, esse aqui* (a_{21} – primeira matriz)*, esse aqui* (a_{21} – segunda matriz) *é 3, esse aqui* (a_{22} – primeira matriz) *é 4,*

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

esse aqui (a_{22} – segunda matriz) *é 4.*

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Trecho 6.19: João mostra como igualou as matrizes.

João e Kauê realizaram com êxito todas as outras tarefas que envolviam Igualdade de Matrizes.

Para avaliarmos se o conceito de Igualdade de Matrizes havia sido compreendido pelos aprendizes, pedimos que eles destacassem as condições necessárias para que duas matrizes sejam iguais.

> **Pesquisadora 1:** *Tudo bem. Muito bem, agora me fala uma coisa: Para você o que, que importa? O que, que tem que acontecer para que as matrizes sejam iguais? Qual a conclusão a que você chega a partir disso*?
>
> **João:** *Elas têm que ter os mesmos valores, os mesmos... As mesmas posições.*
>
> **Trecho 6.20: João falando de Igualdade.**

Pareceu-nos que a Igualdade entre os elementos das matrizes havia sido percebida, mas não pudemos concluir nada a respeito da ordem.

Para finalizar o trabalho com Igualdade de Matrizes, são apresentadas, então, aos aprendizes duas matrizes de ordens diferentes, para nos certificarmos se eles teriam interiorizado a ideia de Igualdade de Matrizes.

Foram apresentadas a eles duas matrizes de ordens 3x1 e 1x3, respectivamente.

$$\begin{pmatrix} \_\_ \\ 0 \\ \_\_ \end{pmatrix}_{3x1} = \begin{pmatrix} 9 & \_\_ & 6 \end{pmatrix}_{1x3}$$

> **Pesquisadora 1:** *Eu tenho essas duas matrizes*. *Quais são as ordens dessas matrizes? E me fala se elas são iguais*.
> **João:** *Não são iguais.*
> **Pesquisadora 1:** *Não são iguais? Por quê?*
> **João:** *Porque elas não têm a mesma ordem e porque os valores são diferentes.*
>
> **Trecho 6.21: Matrizes de diferentes ordens**

Aqui, pudemos perceber que João havia entendido sobre Igualdade de Matrizes, ele responde, com propriedade, que para duas matrizes serem iguais é necessário que a ordem delas seja a mesma, assim como seus elementos.

Kauê trabalha com duas matrizes de ordens 2x3 e 3x2, respectivamente, e parece sentir-se inseguro para compará-las.

> **Pesquisadora 2:** *E se eu fizer assim ó, essa, essa matriz* (primeira 3x2) *e essa daqui* (segunda 2x3)*, elas são iguais?*

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}_{3x2} = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 4 \\ 5 & 3 & 6 \end{bmatrix}_{2x3}$$

Kauê: *Não* (responde tocando nelas).
Pesquisadora 2: *Por quê?*
Kauê: *Calma aí*. *Ou são iguais?* (fica na dúvida, e vai tocando nas matrizes).
João: *Deixa eu ver. Posso ver, Kauê?* (fala baixinho).
Kauê: *Eu acho que não.* (Responde à Pesquisadora 2).
Pesquisadora 1: *Fala pro João, Kauê, como é que estão as matrizes, pra ver se o João consegue te ajudar.*
Kauê: *Ó João, tá uma* (tocando em suas matrizes) *que nem, tipo, sabe o papel, né?*
João: *Uhum.*
Kauê: *Tá, tá uma, como se ficasse na ordem, como um papel fica...*
Pesquisadora 1: *Qual que é essa ordem? Fala pra ele* (João) *pra ver se fica mais fácil de ele entender.*
Kauê: *É...* (passa a mão na primeira matriz, mas fica pensando - Figura 6.19).
Pesquisadora 3: *Você entendeu o que ele falou João?*
João: *Entendi. Como o papel fica eu acho que seria assim* (faz um gesto com a mão, colocando-a na vertical e passando os dedos sobre ela, no mesmo sentido vertical) *tipo na vertical.*
Pesquisadora 3: *Uhum...* (silêncio por um minuto). *E a outra, então?*
Kauê: *E a outra tá na horizontal.*
João: *Então, não são iguais, não* (cochicha ao Kauê).
Kauê: *Eu também tô falando que não são, não* (responde ao João).

Trecho 6.22: Kauê exibe matrizes de ordens diferentes.

Nossa intenção era que o aprendiz se apropriasse da ideia de igualdade de matrizes. Para isto, invertemos a ordem de uma das matrizes para que o aprendiz respondesse, se mesmo possuindo os mesmos elementos, em posições diferentes (matrizes com ordens diferentes), se as matrizes continuariam iguais.

Kauê, então, inicia uma conversa com seu colega João, que, por sua vez, auxilia-o a interpretar o problema. Ambos os aprendizes, chegam a uma conclusão depois de um diálogo e de um exame da ferramenta. Eles percebem que as matrizes são diferentes, e que para serem iguais, é importante que os elementos sejam os mesmos e ocupem a mesma posição em suas respectivas matrizes, assim como, a ordem das matrizes, deve ser necessariamente iguais.

Figura 6.19: Kauê estudando matrizes de ordens diferentes.

Tem um momento em que Kauê fica confuso, diante da situação. Ele sabe que as matrizes não são iguais, mas não consegue explicar por quê. João entra em cena para (Figura 6.20) ajudar Kauê.

> **Pesquisadora 2:** *Ele tá com duas matrizes para ver se elas são iguais, você quer ver?*
> **Pesquisadora 3:** *Pode mostrar pro João, Kauê* (Kauê entrega as matrizes para João tocá-las).
> **João:** *Uma assim* (ordem 3x2).
> **Kauê:** *E uma assim* (ordem 2x3).
> **João:** *Quatro, quatro, seis, sete, cinco, sete, seis, três, oito, cinco, cinco, seis* (toca nos elementos correspondentes das matrizes de ordens diferentes). *É isso?* (toca novamente). *Não são iguais não* (fala baixinho), *porque não tem a mesma ordem e não tem os mesmos valores* (diz ao Kauê).
>
> **Trecho 6.23: Kauê e João discutem as matrizes**

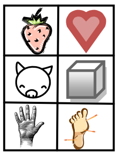
Figura 6.20: João ajuda Kauê a verificar se há igualdade entre as matrizes

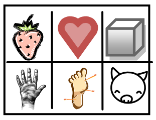
Kauê parece não estar convencido e continua explorando as duas representações. Percebemos que Kauê estava fazendo confusão entre linha e coluna. Isto dificultou seu entendimento, no entanto, depois de explorar a ferramenta algumas vezes mais, Kauê vai construindo uma resposta para as Pesquisadoras.

6.5.5.2. Desenvolvimento da Atividade pelas aprendizes surdas:

Começamos a atividade fazendo alguns questionamentos às aprendizes surdas; como no exemplo a seguir.

Pesquisadora 1: *Essas duas matrizes são iguais?* (matrizes 3x2 e 2x3).





Maria: *Como assim? O que está dentro?*
Pesquisadora 1: *A ordem e o que está dentro*.
Intérprete: *As linhas, as colunas, e o que está dentro dos quadrados*.
Maria: *Sim, são iguais*.
Intérprete: *A ordem e o que tem dentro?*
Maria: *Sim, são iguais*.
Fabi: *Eu acho que é diferente*.
Pesquisadora: *Ela* (indicando Fabi) *acha que é diferente*.
Intérprete: *O que você* (Fabi) *falou?*
Fabi: *É diferente*.
Intérprete: *É diferente*.
Pesquisadora 2: *Por quê?*
Intérprete: *Por que é diferente?*
Fabi: *Linhas diferentes*.

Trecho 6.24: Fabi nota que as matrizes são diferentes.

Fabi já havia notado que para matrizes serem iguais, além da igualdade entre seus elementos, é preciso que a ordem seja a mesma. Sendo assim, a Intérprete conversa com Maria e pergunta se agora compreendeu a ideia de matrizes iguais, e Maria responde que sim. Ela e Fabi ainda são questionadas, se tem como tornar as matrizes iguais. Maria responde que não, porém Fabi, girando uma de suas matrizes, faz com que ambas fiquem com a mesma ordem (3x2), mostrando para Maria que um primeiro passo seria deixar as matrizes com a mesma ordem.

Fabi e Talita mostram a Maria que ela precisa girar a sua matriz. Na figura abaixo, ilustramos o momento em que Fabi explica a Maria como ela deve agir para fazer com que as matrizes fiquem iguais, começando por sua ordem.

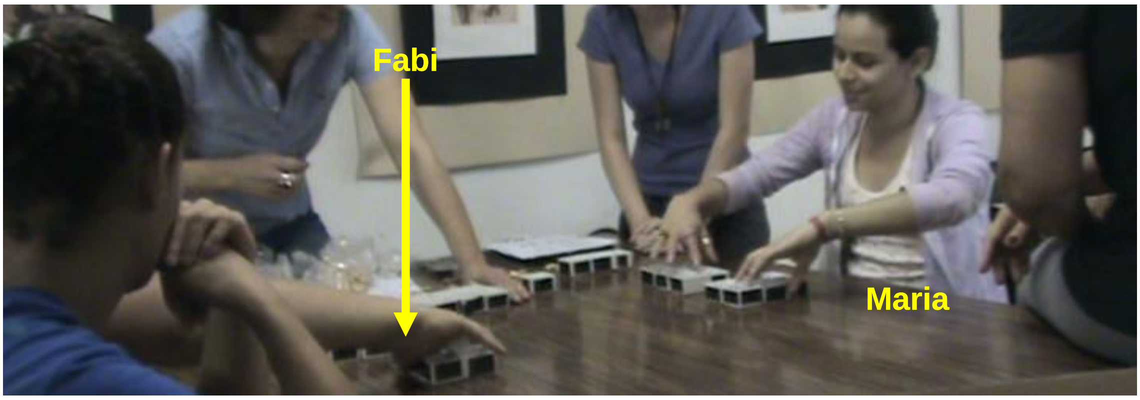


Figura 6.21: Fabi inicia o movimento de um giro de 90º à direita

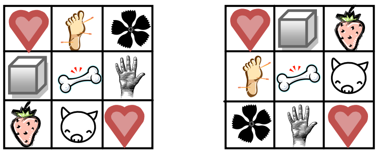
As ações de Fabi foram importantes, pois indicam que ela entendeu Igualdade de Matrizes, que a ferramenta ajudou-a nesse sentido, e, ao mesmo tempo ajudou-a explicar para Maria que ainda tinha dúvidas quanto ao conceito de Igualdade de Matrizes.

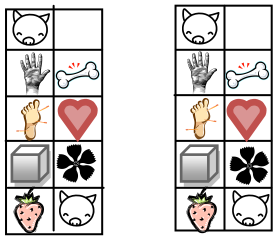
Pesquisadora 1: *Você* (Maria) *pode mudar o que está dentro. Você pode trocar o que está dentro, para fazer ficar igual* (Maria começa a mexer nos objetos que estão na matriz para que, assim, as matrizes se tornem iguais).
Intérprete: *Certo?*
Pesquisadora 1: *Agora elas são iguais?*
Maria: *Sim*.
Pesquisadora 1: *Então, elas são iguais, porque têm a mesma ordem* (linhas e colunas), *e têm os mesmos elementos*.
Intérprete: *As matrizes são iguais, porque têm a mesma ordem e porque têm os mesmos elementos*.

Trecho 6.25: Maria e Fabi transformam as matrizes para torná-las iguais

Este diálogo entre a Pesquisadora 1, Maria e a Intérprete refletem o momento em que a aprendiz Maria tenta associar as falas de Fabi e da Pesquisadora 1. Maria demonstra ter associado o fato de girar a matriz, apresentado por Fabi, com o fato de mudar as peças, apresentado pela Pesquisadora 1, isto mostra que Maria compreende deixando as matrizes iguais.

As próximas matrizes que as aprendizes trabalharão são: matriz de ordem 3x3 (**item g** da Atividade) e matriz de ordem 5x2 (**item h** da Atividade). As Pesquisadoras apresentaram as matrizes que ficaram assim distribuídas, a de ordem 5x2 ficou com as aprendizes Fabi e Talita e a de ordem 3 ficou com a aprendiz Maria.

G. 

H. 

Pesquisadora 2: *Vocês duas* (Fabi e Talita) *vão falar pra ela* (Maria) *se é igual* (Fabi e Talita observam as matrizes, verificam quais os elementos que cada QUADRIX possui).
Pesquisadora 1: *Essas matrizes são iguais?* (Pergunta a Maria).
Maria: *Diferente*.
Pesquisadora 1: *Porque ela é diferente?*
Maria: *Os elementos são diferentes*.
Pesquisadora 1: *Ah, os elementos são diferentes?*
Maria: *Sim*.
Pesquisadora 1: *Dá pra fazer ficar igual?* (Pergunta a Maria).
Maria: *Não sei*.
Talita: *É pra deixar iguais!* (diz a Fabi).
Pesquisadora 1: *Consegue deixá-las iguais?* (Pergunta a Maria).
Maria: *Mudar de lugar?*
Pesquisadora 1: *Isso*.

Trecho 6.26: Talita ajuda na compreensão do conceito de Igualdade.

Maria, ainda um pouco insegura, tem o respaldo de suas colegas, que, observando a MATRIZMAT, conseguem visualizar o que seriam matrizes iguais ou diferentes. Elas ainda estão em processo de internalização dos conceitos. No entanto, aos poucos conseguem, uma ajudando a outra, resolver a atividade. Nesta parte, podemos observar que a colaboração entre elas foi também um fator de importância.

Noutro momento, as aprendizes afirmam que as matrizes que elas trabalharam são iguais. Fabi e Talita estão com duas matrizes de ordem 5x2, e, ao terminarem de igualar suas matrizes, confirmam à Pesquisadora 1 que entenderam.

Pesquisadora 1: *Agora elas estão iguais?* (as meninas olham para ela, com cara de que não entenderam). *Tá igual?*
Talita: *Sim* (responde balançando a cabeça).
Pesquisadora 1: *É igual? Por que tá igual?*
Fabi: *Porque tem as mesmas colunas e as mesmas linhas e as coisas que estão dentro.*

Trecho 6.27: Fabi e Talita mostram que entenderam Igualdade de Matrizes

Da mesma forma a Pesquisadora 1 conversa com Maria que está com duas matrizes de ordem 3.

> **Pesquisadora 1:** *Agora tá igual? Agora tá igual?* (Pergunta a Maria).
> **Maria:** *Sim* (responde balançando a cabeça).
> **Pesquisadora 1:** *Por quê?*
> **Maria:** *Dentro tá igual!*
> **Intérprete:** *Dentro tá tudo igual?*
> **Maria:** *Sim.*
> **Pesquisadora 1:** *E o que mais?* (Maria olha pra dentro da Matriz).
> **Maria:** *Iguais as colunas e iguais as linhas.*
> **Intérprete:** *As colunas e as linhas iguais.*
> **Pesquisadora 1:** *Você entendeu?*
> **Maria:** *Sim.*
>
> **Trecho 6.28: Maria mostra que entendeu Igualdade de Matrizes.**

Na sequência, as Pesquisadoras aplicaram atividades sobre Igualdade de Matrizes no papel, que foi realizado somente no primeiro encontro com as aprendizes Fabi, Talita e Maria, para verificar como elas iriam se sair e confirmar se os conceitos foram aprendidos por elas. Essas atividades não foram aplicadas aos aprendizes cegos.

Maria resolveu bem os exercícios que lhe foram oferecidos.

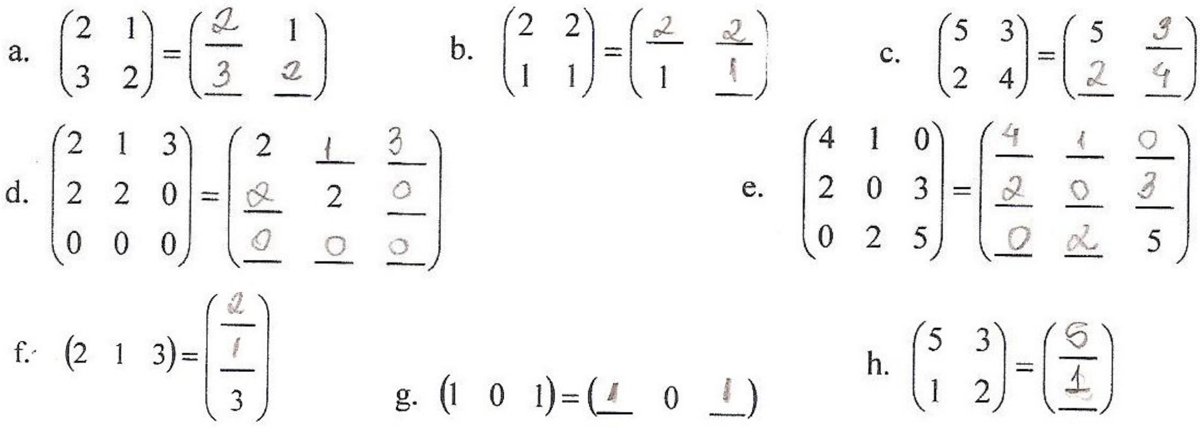


Figura 6.22: Atividade sobre Igualdade de Matrizes de Maria

Quando tratamos de matrizes de mesma ordem, Maria consegue igualá-las, preenchendo os espaços vazios. No entanto, quando temos duas matrizes de ordens diferentes como apresentada no **item f**, Maria não soube dizer que não daria para igualar, ela preencheu os espaços, com os mesmo valores que tinham os elementos da outra matriz.

A princípio, imaginamos que sua resposta poderia ter sido influenciada pela ordem das matrizes – 1x3 e 3x1, mas a resposta dada ao **item h** nos fez refletir. Maria usou os valores dos elementos da primeira coluna para preencher a outra matriz, que tinha ordem diferente.

Ao final destes exercícios, fizemos três questões às aprendizes para que tivéssemos uma ideia do que elas pensaram ao resolver os exercícios. As respostas de Maria foram as seguintes:

- ✓ Foi possível resolver todos os itens da Atividade 4? a tudo tem igual mas só que tem H para defenfeue a número.
- ✓ Quais itens não foram possíveis de resolver? Por quê?
  isto tem número está igual e mas outro número não igual está defente, porque tudo número está só 4 mas fica 2 é está defente.

Nestas questões, Maria diz que todas as matrizes que podem ser deixadas iguais, com exceção do o **item h** (Figura 6. 22), têm números diferentes de elementos. Maria não consegue perceber que no **item f** também não podemos fazer com que as matrizes fiquem iguais. Seguimos com a última pergunta.

- ✓ O que você aprendeu?
  Eu estou aprende mais pouco, porque isto tudo tem número a tem igual, porque tudo número está igual ou defente, agora estou aprende.

Podemos observar, na terceira pergunta, que Maria diz estar aprendendo um pouco mais, e que existem números iguais e diferentes. Provavelmente, ela, ainda, está se referindo aos elementos das matrizes, que podem ser iguais ou diferentes e que, quando estes elementos forem diferentes, provavelmente, a matriz também será diferente, mas aqui ainda não dá para perceber se ela conseguiu diferenciar matrizes, com mesmo número de elementos e ordens diferentes, como sendo matrizes também diferentes.

Analisando as respostas de Talita, vemos do **item b** ao **item e**, e o **item g**, que ela responde corretamente, mas o **item a**, **item f** e **item h**, são respondidos de forma incorreta.

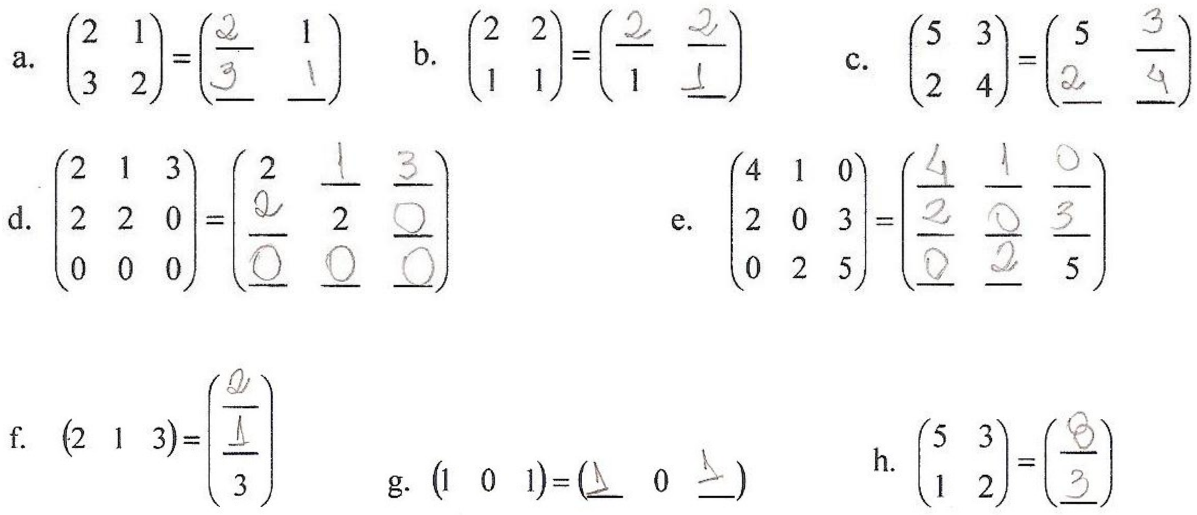


Figura 6.23: Atividade sobre Igualdade de Matrizes de Talita

No item a, consideramos que Talita cometeu uma pequena falha, possivelmente por distração. Ao responder ao **item f**, Talita apresenta uma resposta como a apresentada por Maria. Já para oferecer uma matriz como resposta para o **item h**, Talita soma os termos de cada uma das linhas, uma vez que as matrizes eram diferentes e, portanto, números distintos de elementos.

As três perguntas feitas a Maria também o foram a Talita.

✓ Foi possível resolver todos os itens da Atividade 4? quando lugo quatro outro sempre igual lugar número qualquer

✓ Quais itens não foram possíveis de resolver? Por quê? percebem jeito não combina lugar numero qual lugar sei não ver conseguir não

Nas duas respostas de Talita, percebemos que ela se refere ao **item h**. Apesar dela ter apresentado uma resposta para a questão, ela afirma que não dá pra responder, pois diz que não combina os lugares para os números, ela não sabe como organizar os números e acaba fazendo a soma dos elementos da linha, mas, aparentemente, não fica satisfeita com sua resposta e diz que não consegue resolver.

Verificamos também as respostas de Fabi nesta atividade. Assim como as demais aprendizes, Fabi se deu muito bem com os primeiros exercícios. Dos itens **a** até o **item e**, e o **item g** ficaram todos corretos.

a. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

f. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ g. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ h. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \_\_ \\ \_\_ \end{pmatrix}$

Figura 6.24: Atividade sobre Igualdade de Matrizes de Fabi

Contudo, Fabi completou o **item f** (Figura 6.24) como suas colegas. Fabi, no **item h**, vê que as matrizes não são iguais e, portanto, deixa os espaços em branco, pois não consegue resolver. Foi muito importante para nós obtermos essa resposta da aprendiz Fabi, isso significa que, ao menos nesse item, a relação entre ordem de duas matrizes e igualdade dessas matrizes, quando essas tem números de elementos distintos, foi compreendida por essa aprendiz. Buscamos indicadores nas questões respondidas por Fabi, para entender suas respostas.

✓ Foi possível resolver todos os itens da Atividade 4? quase, mas a letra h não foi possível.

✓ Quais itens não foram possíveis de resolver? Por quê?

a letra h não foi possível por que tem 2 linha e a matrizes tem 4 numero. e letra f esta diferende a matrizes está mostrando 1 linha com numero, do outro lado tem 2 linha, se vira dar no mesmo feito

Fabi reafirma que o **item h** não foi possível resolver e refere-se às diferentes ordens das matrizes. Destaca que uma delas tem duas linhas, ou seja, dois espaços a serem completados por números (elementos) e a outra tem 4 números (elementos). Quanto ao **item f**, ela diz que são diferentes, mas uma das matrizes tem uma linha com números (3 elementos) e a outra matriz tem dois espaços a serem preenchidos, sendo as matrizes de ordem (1x3) e (3x1) respectivamente. Para Fabi, basta girar uma das matrizes e se a girarmos (giro de 90º), obteremos duas matrizes iguais, ou, pelo menos, de ordens iguais.

Esse tipo de procedimento pode ter sido estruturado a partir do trabalho de Fabi, com a ferramenta MATRIZMAT, já que não pode ser utilizado, quando trabalhamos com papel e lápis.

Na última resposta de Fabi, ela mostra que compreendeu parcialmente o conceito de Igualdade de Matrizes.

✓ O que você aprendeu?

Eu aprendi que a matrizes fazer qualquer forma diferente mas presisa o mesmo numero igual.

Associando a resposta dada por ela ao **item f** às apresentadas nas questões anteriores, acreditamos que para ela duas matrizes serão iguais, se, independente de sua ordem, tiverem o mesmo número de elementos.

6.5.6 Feedback da Segunda Atividade com os aprendizes

Nesta atividade de Igualdade de Matrizes, os aprendizes cegos se relacionaram bastante com a ferramenta, para que pudessem se apropriar do conceito.

Esta atividade, juntamente com a mediação da ferramenta MATRIZMAT, proporcionou aos cegos que reforçassem os conceitos de linha e coluna, principalmente o aprendiz Kauê, que parecia um pouco mais confuso, durante o processo de aprendizado de conceitos básicos de matrizes.

O aprendiz João tem realizado, com facilidade as atividades, isso mostra que compreendeu o processo de Igualdade de Matrizes e que conceitos básicos como linha, coluna e ordem estavam agregados a seu conhecimento.

Percebemos também que um fator que ajudou os aprendizes, nesta atividade, foi o papel do outro, no processo de mediação. Eles conseguiram, através do trabalho em dupla, das diversas discussões e explorações e do uso da ferramenta material, chegar à conclusão do que seria necessário para que duas matrizes fossem iguais.

No caso das aprendizes surdas, iniciamos a discussão sobre Igualdade de Matrizes, apresentando-lhes matrizes de ordens diferentes. Nesta atividade com as surdas, usando a ferramenta MATRIZMAT, Fabi mostra às colegas que as matrizes não são iguais e explica-lhes o porquê, o que denota, mais uma vez, a importância da ferramenta como elemento de mediação, entre o conceito matemático e as aprendizes.

No caso das aprendizes surdas, também vale destacar o papel do outro no processo de mediação do conhecimento.

Revendo as imagens, acreditamos que as atividades relativas à Igualdade de Matrizes foram realizadas com mais êxito, quando as aprendizes usaram a ferramenta.

No papel e trabalhando individualmente, alguns erros que, aparentemente, haviam sido superados nas atividades usando os QUADRIX voltaram a acontecer. Em suas respostas, Fabi explica por que matrizes de ordens diferentes não são iguais e sugere que se aplicássemos a mesma estratégia que foi aplicada usando a ferramenta – "virar uma das matrizes" – as matrizes ficariam iguais.

Posteriormente, trabalhamos com Adição de Matrizes, utilizando cartas, como mais um componente para o aprendizado dos conceitos de matriz. Segue apresentação da atividade.

6.5.7 Atividade 4: Soma de Matrizes

Nesta atividade, utilizamos algumas cartas para introduzir o conceito de soma de matrizes para ambos os aprendizes. As cartas foram apresentadas às surdas e aos cegos, como uma componente para realização do JOGO DA MEMÓRIA.

O objetivo deste jogo era fazer com que os aprendizes, caso selecionassem um par de cartas, montassem a matriz, com a ferramenta MATRIZMAT e realizassem a soma delas.

Na (Figura 6.25), mostramos as cartas feitas com papel cartão e tinta plástica preta, que foram apresentadas aos aprendizes, enquanto explicávamos o objetivo da atividade.

Figura 6.25: Cartas utilizadas para Adição de Matrizes e Jogo da Memória.

Para as surdas as cartas eram feitas de papel cartão escrita com a notação encontrada nos livros didáticos, (como na segunda parte da imagem acima) e para os cegos elas foram adaptadas, usando tinta plástica preta e a representação usual A_{mxn}, (como na primeira parte da figura acima) pelo desenho de linhas e colunas.

O procedimento desta atividade (Quadro 6.5) se dava da seguinte maneira: era realizado o JOGO DA MEMÓRIA, normalmente e cada aprendiz, ao encontrar o par de cartas, deveria construir a matriz, utilizando a ferramenta MATRIZMAT, e pedir para o colega somar, todavia, no caso dos aprendizes cegos, eles mesmos montavam e somavam suas matrizes. Mas isso não influenciou os resultados. Lembrando que os números eram depositados nas matrizes pelas Pesquisadoras.

Quadro 6.5: Atividade – Soma de Matrizes

3ª Atividade: (JOGO DA MEMÓRIA – SOMA DE MATRIZES)
1ª Etapa: Apresentar as cartas que serão utilizadas para o jogo:
2ª Etapa: Um aprendiz vira duas cartas, se estas puderem ser somadas, irão usar a ferramenta MATRIZMAT para criar uma soma, ao final do jogo.
3ª Etapa: O outro aprendiz realiza o mesmo procedimento, até terminarem as cartas.
4ª Etapa: Um dos aprendizes monta as Matrizes correspondentes às cartas que eles possuem e pedem para a dupla somar.
5ª Etapa: Conferência das somas. Aberto para discussão dos aprendizes.

6.5.7.1 Desenvolvimento da atividade com os cegos

Num primeiro encontro com os aprendizes cegos, nós realizamos o JOGO DA MEMÓRIA, mas, para a segunda etapa da atividade, decidimos oferecer os pares de cartas aos aprendizes para agilizar o processo da atividade.

Esta atividade começa com a exploração das cartas e João recebe um par de cartas que têm representado duas matrizes de ordem 2x4 e Kauê (Figura 6.26) recebe um par de cartas que têm representado duas matrizes de ordem 3x1.

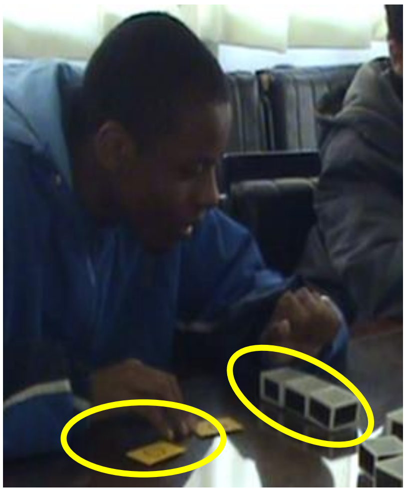


Figura 6.26: Kauê observa duas representações da matriz de ordem 3x1.

Kauê tem um pouco de dificuldade de entender a carta, então a Pesquisadora 1 representa a carta com a MATRIZMAT (Figura 6.26), pois estava havendo uma confusão da parte de Kauê, sobre o que seriam os “meio círculos” – parênteses e ele ainda diz que o problema é que ele não entendia o que seriam os pontinhos na carta. Sendo assim, com a ferramenta, ele percebe o que estava na carta.

Em seguida, os aprendizes recebem outro par de cartas, que, desta vez, será o que eles utilizarão para montar as matrizes e somá-las. Os pares de João e Kauê são, respectivamente, matriz de ordem 1x3 e, de ordem 3x2. Os aprendizes constroem as suas matrizes e esperam as Pesquisadoras posicionarem os números em Braille, para iniciarem as somas.

Suas matrizes representadas na MATRIZMAT ficaram da seguinte maneira:

Matriz de João: $[11 \quad 12 \quad 13] + [5 \quad 6 \quad 4] = [16 \quad 18 \quad 17]$

Matriz de Kauê: $\begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 7 & 6 \\ 3 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ 7 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 15 \\ 14 & 7 \\ 3 & 14 \end{bmatrix}$

Em poucos minutos, João termina a adição das suas matrizes de ordem 1x3. Enquanto Kauê constrói a matriz resposta, João explica como foi que realizou a soma de suas matrizes.

Pesquisadora 1: *O que, que você pensou pra somar aí, João?*
João: *Esse* (a_{11} da primeira matriz) *com esse aqui* (a_{11} da segunda matriz). *Esse* (a_{12} da primeira matriz), *com esse aqui* (a_{12} da segunda matriz). *Esse* (a_{13} da primeira matriz), *com esse aqui* (a_{13} da segunda matriz).

Trecho 6.29: João explica como somou as suas matrizes.

Kauê dá início a soma de suas matrizes (Figura 6.27).

Figura 6.27: Kauê somando a matriz de ordem 3x2.

Kauê: *Cinco mais oito, treze.*
Pesquisadora 3: *Treze.*
Kauê: *Aí depois, nove mais seis, quinze* (Pesquisadora 3 entrega o número a ele).
Kauê: *Sete mais seis, treze, haha!* (Tocou somente os elementos da segunda linha da primeira matriz, a_{21} e a_{22}).
Pesquisadora 3: *Treze.*
Kauê: *Treze*. *Peraí!* (toca na matriz novamente) *Não, não, não, não, não, nada a ver, nada a ver* (percebe que somou elementos da mesma matriz, depois de uma segunda verificada) *é, sete mais sete, catorze!*
Pesquisadora 3: *Aqui o quatorze.*
Kauê: *Nossa ainda bem que eu pensei antes!* (risos) *Se não eu ia ter que somar tudo de novo* (posiciona corretamente). *Seis mais um. Sete! Vamos lá! Três mais zero!* (posiciona corretamente). *Que número que é? Dez aqui não é?* (posiciona corretamente).
Pesquisadora 3: É, é dez!
Kauê: *Calma aí,* (toca mais neste número) *é dez! Dez mais quatro catorze! Prontinho.*

Trecho 6.30: Processo de soma realizado por Kauê.

Percebemos que houve uma boa interação do Kauê com a ferramenta, nesta atividade e ele conseguiu concluí-la com facilidade. Além da interação com a ferramenta, Kauê, que não falou muito nas tarefas anteriores, interagiu com as Pesquisadoras e com seu colega João.

Foram realizadas outras atividades com Adição de Matrizes para os cegos, que ainda fizeram a adição de duas matrizes. João fez a adição de duas matrizes de ordem 2 e Kauê fez a adição de duas matrizes de ordem 3x1. No caso de Kauê, a sua segunda matriz estava com ordem 4x1, assim:

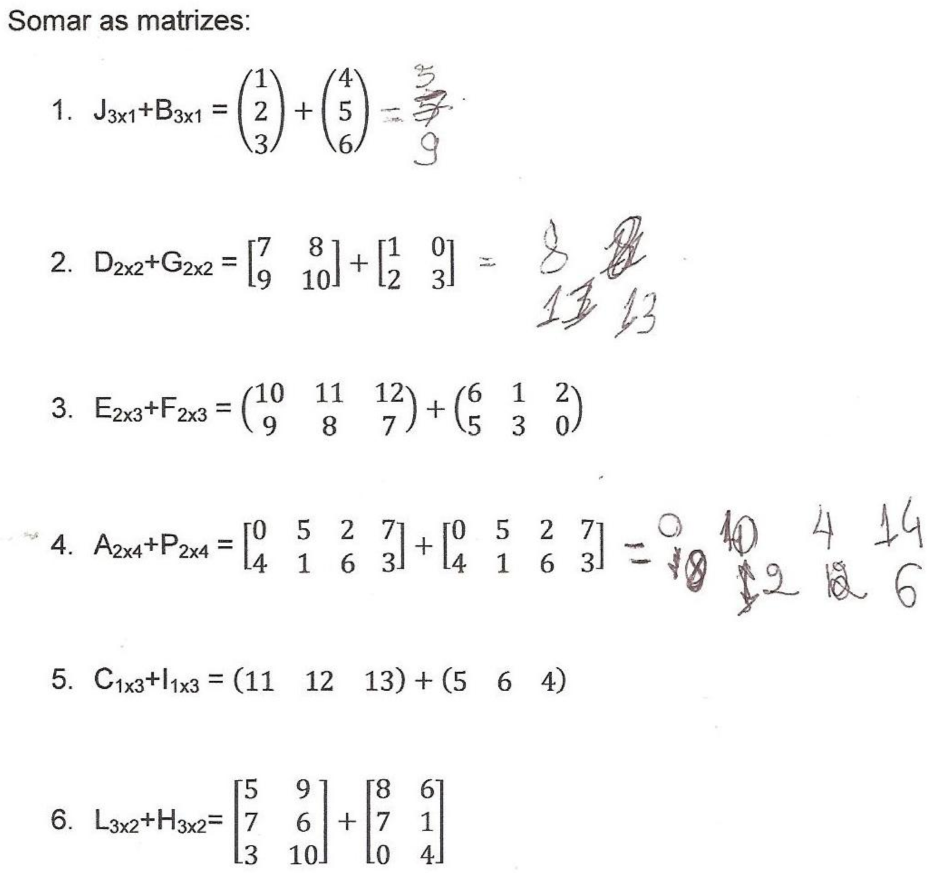
$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ \_ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \_ \\ \_ \\ \_ \end{pmatrix}$$

Num determinado momento, Kauê, percebendo que havia uma QUADRIX a mais, retira-a do lugar, fazendo que as três matrizes fiquem com a mesma ordem para serem somadas. Kauê termina de somar e, em seguida, João também termina a sua atividade. Desta vez os aprendizes realizam com mais facilidade e mais rapidez a adição destas novas matrizes.

6.5.7.2 Desenvolvimento da atividade com as surdas

Para atividade de Adição de Matrizes com as aprendizes surdas, utilizando as cartas, primeiramente as apresentamos a Fabi e a Carol e, em seguida, demos início a atividade.

Fabi começou explicando o procedimento da atividade para Carol, dizendo que seria, a princípio, um JOGO DA MEMÓRIA. Fabi dá partida, não acerta o primeiro par e passa a vez para Carol, que também não acerta e, assim, elas vão até que Fabi encontra o par de matrizes 2x3, o par de matrizes 3x1 e o par de matrizes 3x2. Carol encontra somente o par de matrizes 2x2. O último par de matrizes 1x3 é encontrado pela aprendiz Fabi. Neste momento, as aprendizes iriam visualizar o par de cartas com as matrizes que elas tinham e realizar a soma das matrizes numa atividade no papel. Talvez, essa atividade tenha sido um pouco injusta para Carol (Figura 6.28), pois ela não havia participado dos encontros anteriores.



Somar as matrizes:

1. $J_{3x1}+B_{3x1} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix} = \begin{matrix}5\\7\\9\end{matrix}$

2. $D_{2x2}+G_{2x2} = \begin{bmatrix}7 & 8\\9 & 10\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1 & 0\\2 & 3\end{bmatrix} = \begin{matrix}8 & 8\\11 & 13\end{matrix}$

3. $E_{2x3}+F_{2x3} = \begin{pmatrix}10 & 11 & 12\\9 & 8 & 7\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}6 & 1 & 2\\5 & 3 & 0\end{pmatrix}$

4. $A_{2x4}+P_{2x4} = \begin{bmatrix}0 & 5 & 2 & 7\\4 & 1 & 6 & 3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 5 & 2 & 7\\4 & 1 & 6 & 3\end{bmatrix} = \begin{matrix}0 & 10 & 4 & 14\\8 & 2 & 12 & 6\end{matrix}$

5. $C_{1x3}+I_{1x3} = (11 \quad 12 \quad 13) + (5 \quad 6 \quad 4)$

6. $L_{3x2}+H_{3x2}= \begin{bmatrix}5 & 9\\7 & 6\\3 & 10\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}8 & 6\\7 & 1\\0 & 4\end{bmatrix}$

Figura 6.28: Exercícios resolvidos por Carol.

A aprendiz Fabi explica a Carol como se faz as somas que são pedidas. Todavia, é necessário que a Pesquisadora 2 dê uma atenção especial a Carol, que não havia participado dos encontros anteriores.

Através da ferramenta material MATRIZMAT, a Pesquisadora 2 monta as matrizes correspondentes às cartas que Carol conseguiu no JOGO DA MEMÓRIA. Ela faz um comparativo do que está no papel e do que está na ferramenta, mostra que são duas coisas iguais, com representações diferentes.

Carol resolve as adições na ferramenta MATRIZMAT, usando os números em E.V.A. e depois passa para o papel a resposta. Ela teve bastante dificuldade e levou um tempo grande para descobrir quanto seria 7+1, na matriz de ordem 2, **item 2**. A

Pesquisadora 2 insiste até ela entender e, finalmente, ela responde que é 8 e posiciona corretamente sua resposta na matriz resposta.

Quando ela chega à posição a_{21}, onde tem que somar 9+2, ela sente mais uma vez dificuldades. Depois de algum tempo, responde corretamente. Sobrando a última posição, ela consegue resolver o exercício com êxito; então, ela passa a somar essas duas matrizes de ordem 2 para o papel. Ainda fazendo uma confusão com a posição, é orientada pela Pesquisadora 2, que, novamente, utiliza a ferramenta e agora faz comparação de posições na matriz para ela.

Quando Carol entendeu, a Pesquisadora 2 testou a ferramenta com ela mais uma vez, no primeiro exercício, com as matrizes de ordem 3x1, **item 1**. Embora esta matriz tivesse sido de Fabi, foi necessário fazer os demais exercícios com Carol para que ela pudesse compreender o conceito de matriz, já que a mesma ainda não tivera a oportunidade de estudar, com a ferramenta antes.

Percebemos que no procedimento realizado para somar, Carol teria compreendido, no entanto, ela tinha muita dificuldade em somar 2+5 (correspondentes às posições a_{21}). Ao conseguir somar, ela passa para a próxima soma que seria 3+6, (correspondentes às posições a_{31}) das duas matrizes que ela tinha. Depois de contar várias vezes, Carol dá o número 9 (nove) como resposta. Então, o próximo passo de Carol é colocar todo esse pensamento no papel e assim ela o faz. Carol resolveu ainda as matrizes de ordem 2x4, (**item 4**) da mesma forma, utilizando a ferramenta e, por fim, colocando no papel.

As dificuldades de Carol, em relação a Adição de Matrizes, parecem ter sido amenizadas e trabalhar com a ferramenta ajudou-a no entendimento do processo da Adição de Matrizes. As atividades que ela fez no papel nos permitiram confirmar tal fato. Por fim, fora do roteiro, a Pesquisadora 2 faz mais uma soma de duas matrizes de ordem 2 com Carol, que consegue realizar a atividade.

Já no caso de Fabi, fica mais fácil realizar a atividade (Figura 6.29), uma vez que ela teve contato com a ferramenta, noutros momentos. Em poucos minutos, todos os exercícios de soma estão resolvidos por Fabi. Ela acerta todas as respostas.

Somar as matrizes:

1. $J_{3x1}+B_{3x1} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\7\\9\end{pmatrix}$

2. $D_{2x2}+G_{2x2} = \begin{bmatrix}7 & 8\\9 & 10\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1 & 0\\2 & 3\end{bmatrix} = \begin{pmatrix}8 & 8\\11 & 13\end{pmatrix}$

3. $E_{2x3}+F_{2x3} = \begin{pmatrix}10 & 11 & 12\\9 & 8 & 7\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}6 & 1 & 2\\5 & 3 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}16 & 12 & 14\\14 & 11 & 7\end{pmatrix}$

4. $A_{2x4}+P_{2x4} = \begin{bmatrix}0 & 5 & 2 & 7\\4 & 1 & 6 & 3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 5 & 2 & 7\\4 & 1 & 6 & 3\end{bmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 10 & 4 & 14\\8 & 2 & 12 & 6\end{pmatrix}$

5. $C_{1x3}+I_{1x3} = (11 \quad 12 \quad 13) + (5 \quad 6 \quad 4) = (16 \quad 18 \quad 17)$

6. $L_{3x2}+H_{3x2} = \begin{bmatrix}5 & 9\\7 & 6\\3 & 10\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}8 & 6\\7 & 1\\0 & 4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}13 & 15\\14 & 7\\3 & 14\end{bmatrix}$

Figura 6.29: Exercícios resolvidos por Fabi.

Acima está a atividade de Adição de Matrizes resolvida por Fabi e a seguir veremos o feedback deste encontro.

6.5.8 Feedback da Terceira Atividade com as aprendizes cegos

Nesta atividade, realizada com as cartas para os cegos, foi encontrada uma dificuldade em compreender a representação nas cartas, que era, apenas, uma adequação, em relevo, da representação usada pelos videntes em relevo.

No entanto, Kauê teve um pouco mais de resistência por fazer confusão, em sua mente, sobre o que seria uma linha numa matriz e o que seria coluna.

Depois de encontrarem os pares de matrizes nas cartas, os aprendizes cegos montaram suas matrizes e realizaram as somas com facilidade.

Esta atividade, entretanto, com as aprendizes surdas foi muito interessante. Estávamos apenas com uma das aprendizes das reuniões anteriores, a Fabi, e uma aprendiz nova, a Carol.

Elas compreenderam a representação de matriz que estava nas cartas e, então, a atividade se deu no papel. Como Carol não tinha participado dos encontros anteriores e não estava familiarizada com o assunto matrizes, teve um pouco mais de dificuldade em realizar a tarefa.

As Pesquisadoras, então, trabalharam com a ferramenta e o papel. Contudo, as somas eram complicadas para ela. Todavia, utilizando essas duas formas de representação de matrizes, Carol conseguiu associar os conceitos e realizar a atividade. A representação na ferramenta ajudou-a a compreender a representação no papel.

CAPÍTULO 7

CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1 INTRODUÇÃO

O presente estudo, que envolveu uma pesquisa na área da Educação Matemática Inclusiva, posiciona-se como estudo exploratório, já que pesquisas que exploram o conceito de matrizes, com aprendizes cegos e aprendizes surdos, não foram encontradas, durante a Revisão Bibliográfica levantada para este estudo.

Compartilhamos do proposto por Vygotsky que defendia uma escola de educação regular para aprendizes, com necessidades educacionais especiais. Para ele era importante que esses aprendizes frequentassem o mesmo ambiente dos aprendizes regulares (VALSINER E VEER, 2001, p. 75).

Apresentaremos, pois, neste capítulo, algumas considerações estruturadas a partir de reflexões sobre o desenvolvimento deste estudo. Contudo deve-se observar que tais considerações são apresentadas como conjecturas, para que outros pesquisadores mergulhem neste campo de pesquisa, pois é nosso desejo que as conjecturas/conclusões aqui apresentadas inspirem trabalhos futuros.

7.2 O ESTUDO

Nosso estudo com aprendizes, com necessidades educacionais especiais e o trabalho sobre o objeto matemático matrizes teve, como um dos nossos objetivos, a elaboração de uma ferramenta que pudesse auxiliar no ensino de alguns conceitos relacionados a esse objeto. Ela foi planejada para oferecer estímulos visuais aos aprendizes surdos e estímulos táteis para os aprendizes cegos.

Nossas fontes teóricas partiram dos estudos sobre mediação de conceitos oferecidos por Vygotsky (2002) e autores contemporâneos que se orientaram por esses estudos, como Rego (2004), que destaca o processo de mediação na relação do homem com o espaço (p. 42) e aqui fazemos uma ponte, com o uso da ferramenta MATRIZMAT que, neste estudo, tornou-se parte do meio instrucional.

Também tivemos a contribuição de Oliveira (1999) que corrobora com Rego (2004), quando trata o processo de mediação como um elemento intermediário numa relação, ou seja, este elemento pode ser entendido, nesta pesquisa, como as ferramentas materiais e semióticas utilizada nas situações experimentais pelas pesquisadoras e pelos aprendizes cegos e aprendizes surdas. Ainda em relação à Vygotsky (2002), Oliveira (1999) destaca a questão das funções psicológicas superiores. Ela entende que é possível pensar no que está ausente, imaginar fatos acontecidos, e outras situações (p. 26). Sob essa perspectiva, vemos que, através da mediação favorecida pela ferramenta, juntamente com outras mediações, os aprendizes poderão apropriar-se de um conhecimento que posteriormente poderá ser articulado.

Ainda em relação ao conceito de mediação, Vygotsky (2002) apresenta os instrumentos e os signos. Neste estudo, a ferramenta desenvolvida, vista como um instrumento, auxilia o sujeito orientando-o externamente. Com o desenvolvimento das atividades, a ferramenta pode assumir as características de um signo orientando-o internamente.

Por fim, buscamos o trabalho de Hazin e Meira (2004), sobre a Psicologia Sócio Histórica também orientada pela perspectiva vygotskiana, apresentando-nos duas importantes linhas de desenvolvimento do indivíduo: a natural (biológica) e a cultural, destacando que as funções psicológicas superiores de Vygotsky possui origens de cunho cultural e social. Os autores evidenciam que o espaço escolar é um espaço social e cultural (p. 50), tornando-se focos de mediação para o aprendiz e não se limitando apenas ao uso de uma ferramenta de medição, como no caso deste estudo. Como apresentado, o aprendiz se desenvolve de acordo com o meio em que vive que também medeia seu aprendizado, fazendo uso de ferramentas materiais e semióticas que provocam estímulos sensoriais e cognitivos.

A Metodologia *Design Experiments* nos permitiu manter o foco no desenvolvimento da ferramenta MATRIZMAT e das atividades a serem aplicadas. Os *feedbacks* nos permitiram reavaliar e (re)planejar a ferramenta e as atividades, a fim de atender às necessidades específicas de cada aprendiz. Após cada encontro, refletimos sobre as atividades e adaptamo-las, de acordo com a metodologia e com o quadro teórico escolhido.

7.3 A Ferramenta MATRIZMAT e os Aprendizes Cegos

A ferramenta MATRIZMAT, formada por caixinhas plásticas chamadas de QUADRIXs foram utilizadas, em todas as sessões, com os aprendizes cegos. No primeiro encontro, utilizamos alguns objetos que foram incrementados à ferramenta para realização das atividades.

A cegueira sendo um tipo de deficiência sensorial necessita, sempre, de uma "substituição" por vias alternativas, para que a informação que o aprendiz precisa receber, no momento, se dê por um meio diferente da visão, ou seja, é necessário "elaborar sistemas de ensino que transmitam, por vias alternativas, a informação que não poderia ser obtida através dos olhos" (Ochaíta e Rosa, 1995, p.183). Neste caso, trazemos a ferramenta MATRIZMAT como sendo esse meio alternativo, que vai mediar o ensino de matrizes, através de um meio tátil para os cegos.

Associado a isso, destacamos o importante papel da comunicação. No caso dos cegos, a audição e o tato permitem a sua comunicação com o meio e sua interação social. Assim, eles conseguem observar e estudar as propriedades de diversos objetos, captando sua forma, textura, temperatura, etc. (Ochaíta e Rosa, 1995, p. 185).

Os aprendizes se relacionaram muito bem com a ferramenta, embora, algumas vezes, alguns conceitos de matrizes parecessem confusos. A ferramenta ajudou-os a superar as dificuldades. Ou seja, os cegos desenvolveram um modo particular de aprendizagem proporcionada pelo uso da ferramenta, que tinha a função de mediar e, ao mesmo tempo, viabilizar o acesso ao conceito matemático. Isto nos mostrou que estava havendo uma internalização de alguns dos conceitos por parte dos cegos, principalmente no caso de Kauê que mostrou um conhecimento mais frágil sobre o objeto matemático matriz.

No Jogo do Descobrimento, os aprendizes cegos associaram termos matemáticos a termos cotidianos. Alguns termos como linha e coluna, adequados quando estudamos matrizes, foram utilizados durante as atividades, porém para referir-se aos elementos da matriz, por exemplo, para indicar o elemento a_{11}, eles usavam linguagem do dia a dia:

"Primeiro canto, primeira linha, primeira coluna. Primeira linha, canto superior esquerdo".

A ferramenta, neste caso, favoreceu o emprego desses termos, pois as matrizes deixaram de ser uma representação no papel e assumiram uma forma concreta que pode ser manipulada.

Na atividade Igualdade de Matrizes, a ferramenta ajudou os aprendizes cegos a estabelecerem relações entre os elementos correspondentes de duas matrizes. Nesta atividade, a ferramenta como meio de mediação permitiu-lhes apontar às Pesquisadoras o que era preciso para que duas matrizes fossem iguais. João responde que é necessário que se tenha a mesma ordem e os mesmos elementos e Kauê conclui que duas matrizes de ordens diferentes não são iguais.

Já na terceira e última atividade sobre Adição de Matrizes, uma das etapas foi proposta como um Jogo da Memória. Trabalhamos com os aprendizes cegos, utilizando as cartas sobre as quais, em relevo, apresentamos uma adaptação da representação que os videntes utilizam para matrizes. A proposta dessa atividade precisou ser revista, com o apoio da Metodologia escolhida, uma vez que esta atividade estava se estendendo muito e os aprendizes pareciam estar desestimulados. A reestruturação desta atividade possibilitou que uma outra fosse criada, utilizando as cartas – A Adição de Matrizes.

Especificamente sobre esta atividade, percebemos que ambos os aprendizes, João e Kauê, associaram corretamente as posições dos elementos na matriz para realizar as somas. As dificuldades que encontraram estavam relacionadas à compreensão da representação de matrizes. As cartas em relevo tinham uma adaptação da representação que os videntes utilizam para matrizes. Essa representação, que alguns autores de livros didáticos, como Paiva (2009) e Barroso (2010), associam a tabelas, não tinha nenhum significado para esses aprendizes que, ao usarem a ferramenta MATRIZMAT, passaram a compreender e discutir as posições dos termos de uma matriz, usando termos do dia a dia como destacamos, ao descrever o Jogo do Descobrimento.

Como apontado por AMORIM, CARVALHO E MENEZES (2011, p. 4), percebemos que os aprendizes cegos possuem a mesma capacidade intelectual que um aprendiz regular, porém, muitas vezes a falta de alternativas e meios diferenciados acabam excluindo este aprendiz e não lhes despertando o potencial que a deficiência proporciona a eles, o potencial que, na verdade, o aprendiz possui.

De acordo com (ORMELEZI, 2000, p. 11),

> Vygotsky interessou-se em compreender a singularidade dessa forma de viver sem o sentido da visão, ou seja, da psicologia da cegueira. Trabalhou com a ideia de compensação, não exatamente com a substituição das funções fisiológicas do órgão da visão por um maior desenvolvimento do tato ou refinamento da audição, mas como uma complexa reestruturação de toda atividade fisiológica. Propõe que a cegueira não é só a ausência da visão, mas sim a presença de uma realidade orgânica que traduz uma diferença na estruturação psicológica do indivíduo.

Fernandes (2008) corrobora com (AMORIM, CARVALHO E MENEZES, 2011) e com o pensamento vygotskyano apresentado por (ORMELEZI, 2000), apontando-nos que

> É preciso que se deixe encarar a cegueira como sendo apenas uma condição limitadora ou mesmo incapacitadora. O cego ou portador de baixa visão apresenta os mesmos sentimentos e aspirações daqueles considerados *"videntes"*. Possui, portanto, potencial que precisa ser estimulado e trabalhado a fim de possibilitar sua inclusão no mundo em que vive. Não de uma forma complacente, mas sim como um direito (FERNANDES, 2008, p. 128).

Os cegos se comunicam e se desenvolvem normalmente, através da linguagem oral e da escrita em Braille. No entanto, a ferramenta MATRIZMAT tornou-se uma alternativa de acesso ao conceito de matrizes. Ela ajudou os aprendizes a desenvolver conhecimentos sobre os conceitos de matrizes, além de facilitar suas representações. Consideramos ainda que ela é adequada para ser introduzida nas salas de aula regulares, podendo também ter um papel importante no processo de ensino para os aprendizes regulares.

7.4 A FERRAMENTA MATRIZMAT E AS APRENDIZES SURDAS

A ferramenta MATRIZMAT para as aprendizes surdas foi incrementada com outros objetos, como os botões de formas variadas e os números em E.V.A. que foram utilizados, durante todos os encontros que tivemos com elas.

A surdez é uma deficiência que pode ser superada, se utilizarmos, outros meios de comunição. Um dos meios mais utilizados pelos surdos é a LIBRAS e este foi o principal meio de comunicação utilizado pelas aprendizes surdas, neste trabalho de pesquisa. A comunicação ocupa um espaço muito importante nesta pesquisa, que, como, Fernandes (2008) ressaltou o valor de outras práticas comunicativas englobando a escrita, os gestos, dentre outros meios (p. 52). Aqui destacamos os sinais, que são utilizados pelas aprendizes, como um meio de comunicação, ou seja, elas usam um gesto familiar que, quando compartilhado e usado no discurso, assume o papel de signo linguístico[10].

Na primeira atividade, Jogo do Descobrimento, as aprendizes surdas criaram alguns signos que passaram a ser usados em todas as atividades que se seguiram.

[10] O signo linguístico é concebido como um elemento representativo, constituindo-se de dois aspectos básicos: o significante e o significado, os quais formam um todo indissolúvel. Disponível em: http://www.portugues.com.br/redacao/o-signo-linguistico.html

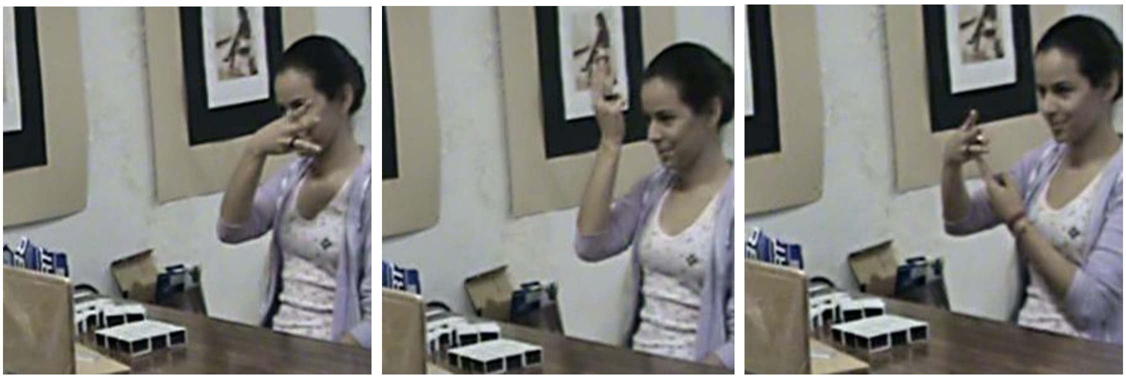


Figura 7.1a **Figura 7.1b** **Figura 7.1c**

Figura 7.1: Maria criando sinais para indicar a posição a_{33}

Para referir-se a determinado elementos da matriz, as aprendizes passaram a usar uma sequência de sinais como a representada na (Figura 7.1). Primeiro, indicavam quantas linhas possuía a matriz (Figura 7.1a) posicionando os dedos na posição horizontal como linhas, na sequência, indicavam quantas colunas tinha a matriz (Figura 7.1b), mostrando os dedos na posição vertical e, finalmente, indicavam o elemento (Figura 7.1c) usando a mão direita para representar as linhas, com a esquerda indicavam a posição do elemento na matriz.

Outros sinais que passaram a ser compartilhados no estudo de matrizes pelas alunas surdas foi o de “estar à direita” e “estar à esquerda” da matriz. O fato de elas estarem posicionadas uma de frente para as outras causou certo conflito entre a esquerda e a direita, então, Maria resolve criar um sinal que compartilhado pelo grupo resolveu este problema (Figura 7.2).

Figura 7.2: Um sinal para indicar colunas a direita e colunas a esquerda

Destacamos que, provavelmente, estes sinais foram criados pelas aprendizes, durante o desenvolvimento da primeira atividade pela ausência de sinais (para elas) que lhes favorecesse o estudo de matrizes. Pelo que nos foi exposto pelas aprendizes e pela Intérprete, o estudo de matriz nas aulas regulares foi desenvolvido somente no papel e lápis.

Nesta pesquisa, as aprendizes haviam estudado matrizes anteriormente, todavia elas confirmaram não lembrarem muito bem o que eram matrizes e que esta era uma matéria com a qual elas tinham um pouco de dificuldade.

Refletindo sobre o que diz Marchesi (2004) sobre a ausência do som, que interfere no acesso à linguagem, buscamos justificar a ferramenta para os surdos, porque acreditamos que a falta desse sentido influi "no desenvolvimento do pensamento abstrato e reflexivo" (HANS FURTH, 1996; 1973 apud MARCHESI, 2004, p. 181) do aprendiz surdo. Ou seja, a ferramenta MATRIZMAT, por ser uma ferramenta material, representando uma matriz, pode ajudar a desenvolver o pensamento abstrato do aprendiz surdo.

A segunda atividade, chamada Dinâmica das Matrizes, ajudou as aprendizes a assimilarem os conceitos de ordem de matriz. A ferramenta MATRIZMAT foi utilizada como instrumento de mediação para aquisição deste conceito. Tivemos uma terceira atividade chamada Igualdade de Matrizes. Ao final da atividade, as aprendizes destacaram que duas matrizes seriam iguais se fossem de mesma ordem e com elementos correspondentes iguais, condições necessárias e suficientes para garantir a igualdade entre duas matrizes. Também foi importante para o desenvolvimento da atividade, a colaboração entre as aprendizes, ou seja, além da mediação fornecida pela ferramenta, a mediação fornecida pela interação e colaboração das aprendizes proporcionaram a aquisição de conceitos relacionados a Igualdade de Matrizes. Vale destacar que o papel do outro, no processo de mediação do conhecimento, foi de grande valia para os aprendizes de modo geral, cegos ou surdos, em todas as atividades propostas, durante nosso procedimento empírico.

Ao realizarmos, no papel, a mesma atividade proposta na ferramenta para as aprendizes surdas percebemos que, ao visualizarem matrizes de ordens diferentes, sendo comparadas, duas delas (Figura 7.3) não conseguiram dizer que não eram iguais.

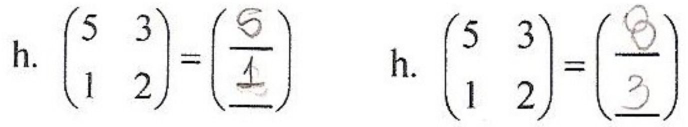


Figura 7.3: Igualdade de Matrizes para Maria e para Talita

Concluímos, então, que essas aprendizes tiveram dificuldade em lidar com a representação de matrizes no papel, e, no momento, não conseguiram fazer associações com a representação de matrizes com a ferramenta. Talvez, precisássemos de mais tempo e mais atividades com as aprendizes, para que o signo externo (ferramenta MATRIZMAT) se transformasse em um signo interno.

A última atividade realizada com a ferramenta MATRIZMAT e com as aprendizes surdas foi a Adição de Matrizes, no Jogo da Memória, realizado com o auxílio das cartas. Carol utiliza a ferramenta para resolver as questões de adição de matrizes do papel e trabalha com os dois tipos de representações, a formal utilizada nos livros didáticos e a representação na ferramenta, juntamente com os números em E.V.A. Após a resolução, na ferramenta das adições, ela coloca a resposta no papel.

A ferramenta neste caso favoreceu o entendimento do processo de Adição de Matrizes, assim como a auxiliou a entender a representação de matrizes no papel.

7.5 A Importância das Ferramentas para os Aprendizes com NEE

Destacamos aqui a importância das ferramentas materiais e semióticas na mediação de conceitos matemáticos, no nosso caso particularmente, conceitos relacionados ao estudo de matrizes para os aprendizes, com necessidades educacionais especiais. Nesta pesquisa, a ferramenta material MATRIZMAT tornou acessível a representação de matrizes para aprendizes cegos e aprendizes surdos, respeitando as características sensoriais de cada grupo. Assim como a presença das Pesquisadoras e da Intérprete se tornou importante para orientação dos aprendizes, durante as atividades.

Realizamos nosso propósito de planejar uma ferramenta material para o estudo de matrizes, que foi utilizada como elemento de mediação entre outros meios, como as atividades e a interação entre os participantes da situação instrucional. A ferramenta planejada favoreceu a percepção tátil (no caso dos cegos) e a percepção visual (no caso dos surdos), fazendo com que estes aprendizes pudessem internalizar alguns dos conceitos matemáticos em discussão. No caso das aprendizes surdas, a percepção visual associada a uma representação concreta permitiu a criação de sinais que passaram a compor o repertório dessas aprendizes para o estudo de matrizes.

Voltando à nossa questão de pesquisa,

- *Qual o papel das ferramentas materiais no processo de ensino do conceito de matriz para aprendizes cegos e aprendizes surdos do Ensino Médio inseridos em escolas regulares de ensino?*

Segundo Oliveira (1999, p 26), quando um elemento, inserido numa relação, medeia a relação do indivíduo, esta relação deixa de ser uma relação direta, passando a ser um processo de mediação do indivíduo para com o elemento. No caso desta pesquisa, a ferramenta MATRIZMAT, medeia a relação do aprendiz, durante o processo de ensino de matrizes.

De acordo com Vygotsky (2002, p. 72), os instrumentos são facilitadores e condutores da ação humana sobre o objeto em estudo. Nesta pesquisa, a ferramenta material MATRIZMAT, oferecendo os estímulos adequados aos aprendizes, orientou a ação dos sujeitos, viabilizando não só o acesso ao objeto matemático em estudo, mas facilitando também o diálogo entre os aprendizes e desses com as pesquisadoras.

Concluímos esta pesquisa, acreditando que a ferramenta MATRIZMAT, se empregada nos processos de ensino e aprendizagem do conceito de matriz, em salas de aulas inclusivas do Ensino Médio, poderá facilitar e auxiliar nesses processos. Quanto aos aprendizes cegos e aos aprendizes surdos, cremos que o uso da ferramenta MATRIZMAT em suas aulas de matemática regulares poderá deixá-los em condições equitativas em relação a seus pares.

Enfim, deixamos aqui caminhos para futuros trabalhos, quando poderemos explorar mais as ferramentas, aprimorando-as para o desenvolvimento de estudos mais profundos sobre as matrizes, ajudando assim a preencher as lacunas que ainda existem, quanto ao objeto matemático matrizes e quanto ao ensino e aprendizagem deste objeto para os aprendizes especiais.

AMORIM, E. S. M. S. CARVALHO, J. L. MENEZES, L. K. B. (2011). **Educação de Cegos Mediada pela Tecnologia.** 12p. Disponível em: http://www.educacao.salvador.ba.gov.br/site/documentos/espaco-virtual/espaco-autorias/artigos/educacao%20de%20cegos%20mediada%20pelas%20tecnologias.pdf. Acesso em: 15 maio 2011.

BARROSO, J. M. (2010). **Matrizes e sistemas lineares.** In: *Conexões com a Matemática.* Vol. 2. São Paulo: Editora Moderna. pp. 234- 267.

BOOTH, W.C. et al. (2000). **A arte da pesquisa**. São Paulo: Martins Fontes.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental (1998). **Parâmetros curriculares nacionais**: Adaptações Curriculares / Secretaria de Educação Fundamental. Secretaria de Educação Especial. – Brasília: MEC /SEF/SEESP. 62 p.

BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. (2002). **PCN+ Ensino Médio**: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. 141p.

COBB et. al. (2003). ***Design Experiments* in Educational Research**. Vol 32: pp. 9-13. Disponível em: http://dixieching.wordpress.com/2010/08/14/design-experiments-in-educational-research-Cobb-et-al-2003/. Acesso em: 09 maio 2011.

DANTE, L. R. (2011). **Matemática: Contexto e Aplicações.** 1ª Edição. Editora Ática. São Paulo. pp. 96-119.

FERNANDES, S. H. A. A. HEALY, S. V. (2007). **Ensaio sobre a Inclusão Matemática.** *Revista Iberoamericana de Educación Matemática.* Nº 10: pp. 59-76.

FERNANDES, S. H. A. A. (2004). **UMA ANÁLISE VYGOTSKIANA DA APROPRIAÇÃO DO CONCEITO DE SIMETRIA POR APRENDIZES SEM ACUIDADE VISUAL**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC.

______. (2008). **DAS EXPERIÊNCIAS SENSORIAIS AOS CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS: Uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC.

HAZIN, I. MEIRA, L. (2004). **Múltiplas interpretações para a Zona de Desenvolvimento Proximal na Sala de Aula.** In: CORREIA, M., Colaboradores. *Psicologia e Escola:* Uma parceria necessária. Alínea Editora. Campinas: São Paulo. pp. 45-60.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. (2005). Disponível em: http://www.ibge.gov.br/home/presidencia/noticias/noticia_visualiza.php?id_noticia=438&id_pagina=1. Acesso em: 03 maio 2010.

IBC – Instituto Benjamin Constant (2012). **Um Olhar Sobre a Cegueira**. Disponível em: http://www.ibc.gov.br/?itemid=99. Acesso em 05 fev. 2012.

KARRER, M. (2006). **Articulação entre Álgebra Linear e Geometria: um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica**. Tese de Doutorado. São Paulo: PUC.

KOZLOWSKI, L. (2011). **O modelo educacional Bilíngue no INES**. Disponível em: http://www.ines.gov.br/paginas/revista/espaco18/Reflexao03.pdf. Acesso em: 26 out. 2011.

MARCHESI, A. (1995). **Comunicação Linguagem, e Pensamento das Crianças Surdas.** In: COLL, C. PALACIOS, J. MARCHESI, A., Colaboradores. *Desenvolvimento Psicológico e Educação:* Necessidades Educativas Especiais e Aprendizagem Escolar. Vol.3. Artes Médicas, pp.198-214.

______. (1995). **A Educação da Criança Surda na Escola Integradora.** In: COLL, C. PALACIOS, J. MARCHESI, A., Colaboradores. ______*.* Vol. 3. Artes Médicas, pp. 215-231.

______. (2004) **Desenvolvimento e educação das crianças surdas.** In: COLL, C. PALACIOS, J. MARCHESI, A., (Cols). *Desenvolvimento Psicológico e Educação:* Transtornos de desenvolvimento e necessidades educativas especiais*.* Vol. 3. Artmed. pp. 171-192.

MARTINS, E. G. (2010). **O PAPEL DA PERCEPÇÃO SONORA NA ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADOS MATEMÁTICOS PARA NÚMEROS RACIONAIS POR PESSOAS CEGAS E PESSOAS COM BAIXA VISÃO***.* Dissertação de Mestrado. São Paulo: UNIBAN.

MEC – Ministério da Educação (2006). **Evolução da Educação Especial no Brasil**. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/brasil.pdf. Acesso em: 08 jun. 2010.

______ (2010). **Resumo Técnico – Censo Escolar 2010**. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/censo_escolar/resumos_tecnicos/divulgacao_censo2010_revisao_04022011.pdf. Acesso em: 03 maio 2011.

______ (1996). **Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBN)**. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/setec/arquivos/pdf1/proejalei9394.pdf. Acesso em: 05 maio 2011.

OCHAÍTA, E. ESPINOSA, M. (2004). **Desenvolvimento e intervenção educativa nas crianças cegas ou deficientes visuais.** In: COLL, C. PALACIOS, J. MARCHESI, A., (Cols). *Desenvolvimento Psicológico e Educação:* Transtornos de desenvolvimento e necessidades educativas especiais*.* 2ª ed. Porto Alegre: Artmed. Vol. 3. pp.171-192.

OHAITA, E. ROSA, A. (1995). **Percepção, Ação e Conhecimento nas Crianças Cegas.** In: COLL, C. PALACIOS, J. MARCHESI, A., Colaboradores. *Desenvolvimento Psicológico e Educação:* Necessidades Educativas Especiais e Aprendizagem Escolar*.* Vol.3. Artes Médicas. pp.183-197.

ORMELEZI, E. M. (2000). **Os caminhos da Aquisição do Conhecimento e a Cegueira: do universo do corpo ao universo simbólico.** Dissertação de Mestrado. São Paulo: USP. Disponível em: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48131/tde-13072007-155541/pt-br.php. Acesso em: 01 jun. 2012.

PAIVA, M. (2009). **Matrizes.** *Matemática.* Vol.2. São Paulo: Editora Moderna. pp. 108-120.

PLANALTO (2005). **DA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE LIBRAS E DO INSTRUTOR DE LIBRAS.** *Presidência da República – Casa Civil: Subchefia para Assuntos Jurídicos.* Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2005/decreto/d5626.htm. Acesso em: 21 jun. 2012.

PORTUGUÊS – O seu sítio da Língua Portuguesa (2012). **Denotação e Conotação.** Disponível em: http://www.portugues.com.br/redacao/o-signo-linguistico.html. Acesso em 29 maio 2012.

PROPOSTA CURRICULAR DO ESTADO DE SÃO PAULO (2008). **Matemática** / Coord. Maria Inês Fini. – São Paulo : SEE.

REILY, L. (2004). **Escola inclusiva: linguagem e mediação.** Série Educação Especial. 2ª ed. Campinas. São Paulo: Papirus Editora. 195 p. Disponível em: http://books.google.com.br/books?id=QNzL4ZaCcS0C&printsec=frontcover&dq=cegos+escrita+branca#v=onepage&q&f=false. Acesso em: 31 mar. 2012.

SALES, L. M. (2009). **Tecnologias Digitais na Educação Matemática de surdos em uma escola pública regular: possibilidades e limites**. Dissertação de Mestrado. Belo Horizonte: PUC.

SANCHES, M. H. F. (2002). **Efeitos de uma estratégia diferenciadora de Ensino do conceito de Matrizes.** Dissertação de Mestrado. São Paulo: UNICAMP.

SÃO PAULO (ESTADO) SECRETARIA DA EDUCAÇÃO. (2009). **Caderno do Professor:** matemática, ensino médio – 2ª série, volume 2 / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de

Souza Campos Granja, José Luiz Pastore Mello, Nilson José Machado, Roberto Perides Moisés, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE.

______. (2009). **Caderno do Aluno:** matemática, ensino médio – 2ª série, volume 2 / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Campos Granja, José Luiz Pastore Mello, Nilson José Machado, Roberto Perides Moisés, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE.

SIERRA. M. A. B. (2009). **CONTRIBUIÇÕES DE VIGOTSKI PARA A EDUCAÇÃO ESPECIAL NAS ÁREAS DA SURDEZ, CEGUEIRA E SURDOCEGUEIRA**. IX Congresso de Psicologia Escolar e Educacional (ABRAPEE). Universidade Presbiteriana Mackenzi: São Paulo. Disponível em: http://www.abrapee.psc.br/documentos/cd_ix_conpe/IXCONPE_arquivos/43.pdf . Acesso em: 19 nov. 2011.

SOUZA, F. R. (2010). **Explorações de frações equivalentes por alunos surdos: uma investigação das contribuições da musicalcolorida.** Uniban. São Paulo. pp. 48-53.

THOMPSON, P. (1979).*The Constructivist Teaching Experiment in Mathematics Education Research*. Presentation, Annual Meeting of NCTM, Boston. pp. 1-13. Disponível em: http://pat-thompson.net/PDFversions/1979ConstTchgExp.pdf. Acesso em: 20 jun. 2012.

VEER, R. V. & VALSINER, J. (2001). Defectologia. In: **Vygotsky – Uma síntese**. Tradução: Cecília C. Bartalotti. Edições Loyola. 4ª ed. pp. 57-59, 73.

VELHO, G. (2008). Prestígio e ascenção social: dos limites do individualismo na sociedade brasileira. In: **Individualismo e Cultura: notas para uma antropologia da sociedade contemporânea**. 8ª ed. Rio de Janeiro: Zahar Editor. pp. 41-58. Disponível em: http://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=iKtjwf-AyEMC&oi=fnd&pg=PA7&dq=sociedade+individualista&ots=F4Rxz_I86b&sig=FKt1zHKtswzrqNQ5iiITIpnZ8F4#v=onepage&q=sociedade%20individualista&f=false. Acesso em: 30 mar. 2012.

VIGOTSKI, L. S. (1998). **Pensamento e Linguagem**. Tradução: Jefferson Luiz Camargo. Revisão Técnica: José Cipolla Neto. Editora: Martins Fontes. São Paulo. 2ª ed. pp.

VYGOTSKY, L. S. (2002). **A formação social da mente.** Org. Michael Cole, et al. Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 6ª ed. São Paulo: Martins Fontes, (coletânea de ensaios publicados originalmente em russo entre os anos de 1930 a 1935).

ANEXOS

ANEXO 1: NÚMERO DE MATRÍCULAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA (2002-2010)

Tabela 1.1 - Número de matriculas na Educação Básica por Dependência Administrativa - Brasil 2002-2010

Ano	Matrícula na Educação Básica					
	Total Geral	Pública				Privada
		Total	Federal	Estadual	Municipal	
2002	56.203.383	49.019.486	185.981	24.661.545	24.171.960	7.183.897
2003	55.317.747	48.369.509	105.469	23.528.267	24.735.773	6.948.238
2004	56.174.997	49.196.394	96.087	24.172.326	24.927.981	6.978.603
2005	56.471.622	49.040.519	182.499	23.571.777	25.286.243	7.431.103
2006	55.942.047	48.595.844	177.121	23.175.567	25.243.156	7.346.203
2007	53.028.928	46.643.406	185.095	21.927.300	24.531.011	6.385.522
2008	53.232.868	46.131.825	197.532	21.433.441	24.500.852	7.101.043
2009	52.580.452	45.270.710	217.738	20.737.663	24.315.309	7.309.742
2010	51.549.889	43.989.507	235.108	20.031.988	23.722.411	7.560.382

Fonte: MEC/Inep/DEED
Notas: 1) Não inclui matrículas em turmas de atendimento complementar.
2) O mesmo aluno pode ter mais de uma matrícula.

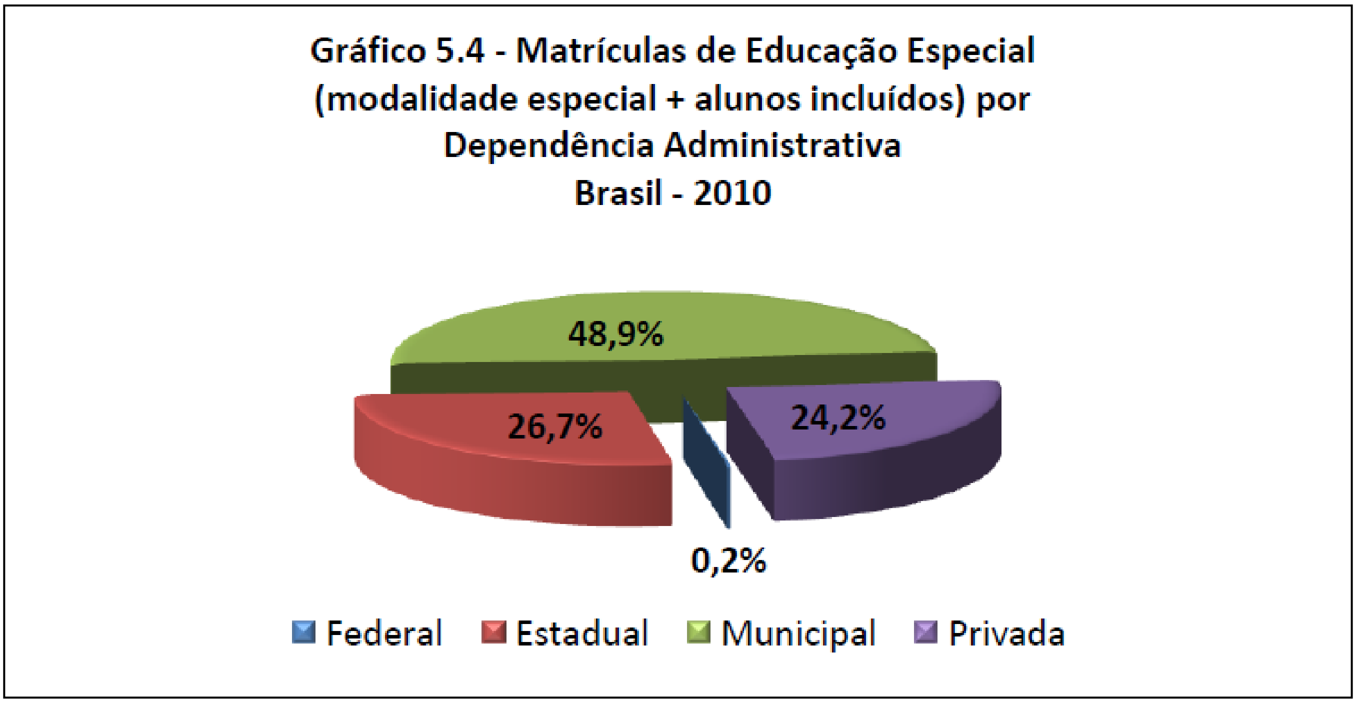
ANEXO 2: NÚMERO DE MATRÍCULAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA – MODALIDADES DE ENSINO (2010)

Tabela 1.2 - Número de Matrículas de Educação Básica por Etapas e Modalidade de Ensino, segundo a Dependência Administrativa
Brasil 2010

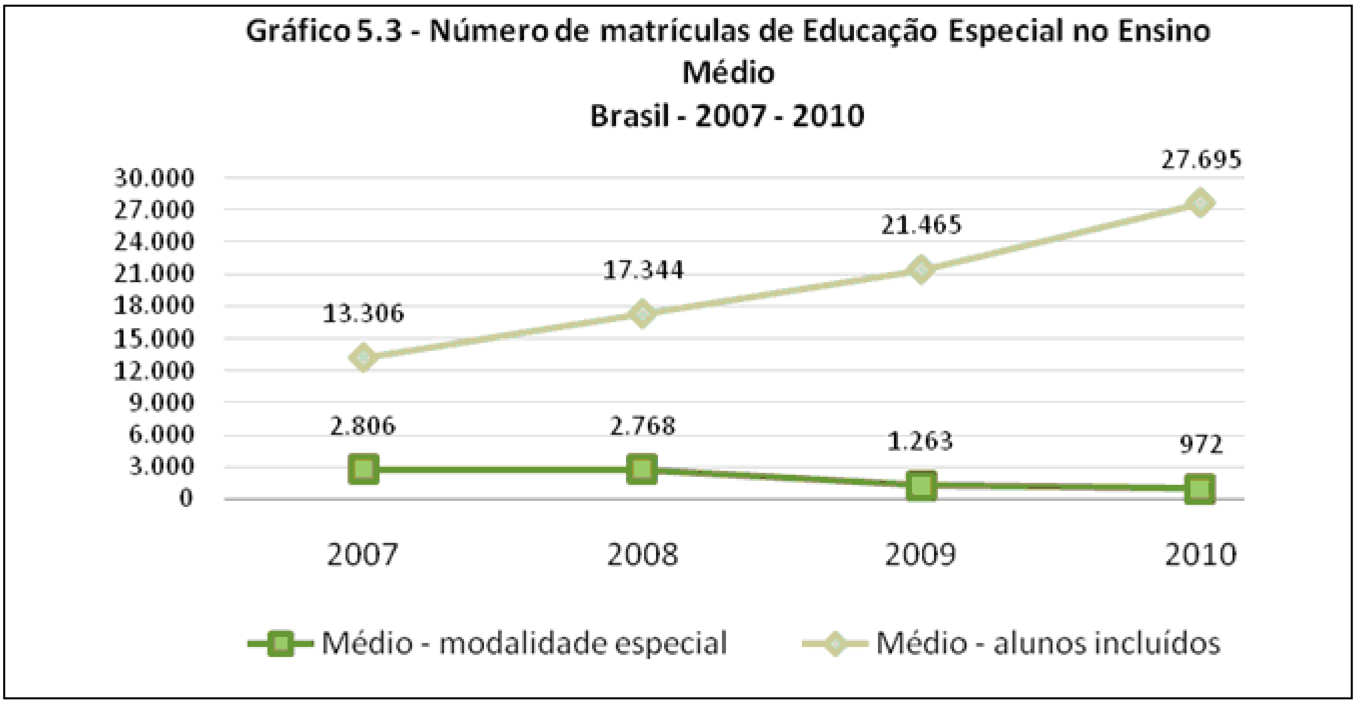
Dependência Administrativa	Matrículas de Educação Básica - 2010											
	Total Geral	Creche	Pré-Escola	E. Fundamental Regular			Ensino Médio	Ed. de Jovens e Adultos		Educação Profissional	Educação Especial	
				Total	Anos Iniciais	Anos Finais		Fundamental	Médio		Classes Especiais + Escolas Exclusivas	Classes Comuns (alunos incluídos)
Total	**51.549.889**	2.064.653	4.692.045	31.005.341	16.755.708	14.249.633	8.357.675	2.860.230	1.427.004	924.670	218.271	484.332
Federal	**235.108**	1.248	1.189	25.425	7.281	18.144	101.715	1.018	14.519	89.218	776	702
Estadual	**20.031.988**	7.308	63.994	10.116.856	3.044.341	7.072.515	7.177.019	1.074.671	1.273.671	289.653	28.816	159.008
Municipal	**23.722.411**	1.345.180	3.508.581	16.921.822	11.459.246	5.462.576	91.103	1.740.776	45.778	23.379	45.792	297.526
Privada	**7.560.382**	710.917	1.118.281	3.941.238	2.244.840	1.696.398	987.838	43.765	93.036	522.420	142.887	27.096

Fonte: MEC/Inep/Deed.
Notas: 1) Não inclui matrículas em turmas de atendimento complementar.
2) O mesmo aluno pode ter mais de uma matrícula.
3) Ensino Fundamental: inclui matrículas do turmas do ensino fundamental de 8 e 9 anos.
4) Ensino médio: inclui matrículas no ensino médio integrado à educação profissional e no ensino médio normal/magistério.
5) Educação especial: inclui matrículas de escolas exclusivamente especializadas e/ou classes especiais do ensino regular e/ou educação de jovens e adultos.
6) Educação de jovens e adultos: inclui matrículas de EJA presencial, semipresencial e EJA integrado à educação profissional de nível fundamental e médio.
7) Educação profissional: não inclui matrículas de educação profissional integrada ao ensino médio.

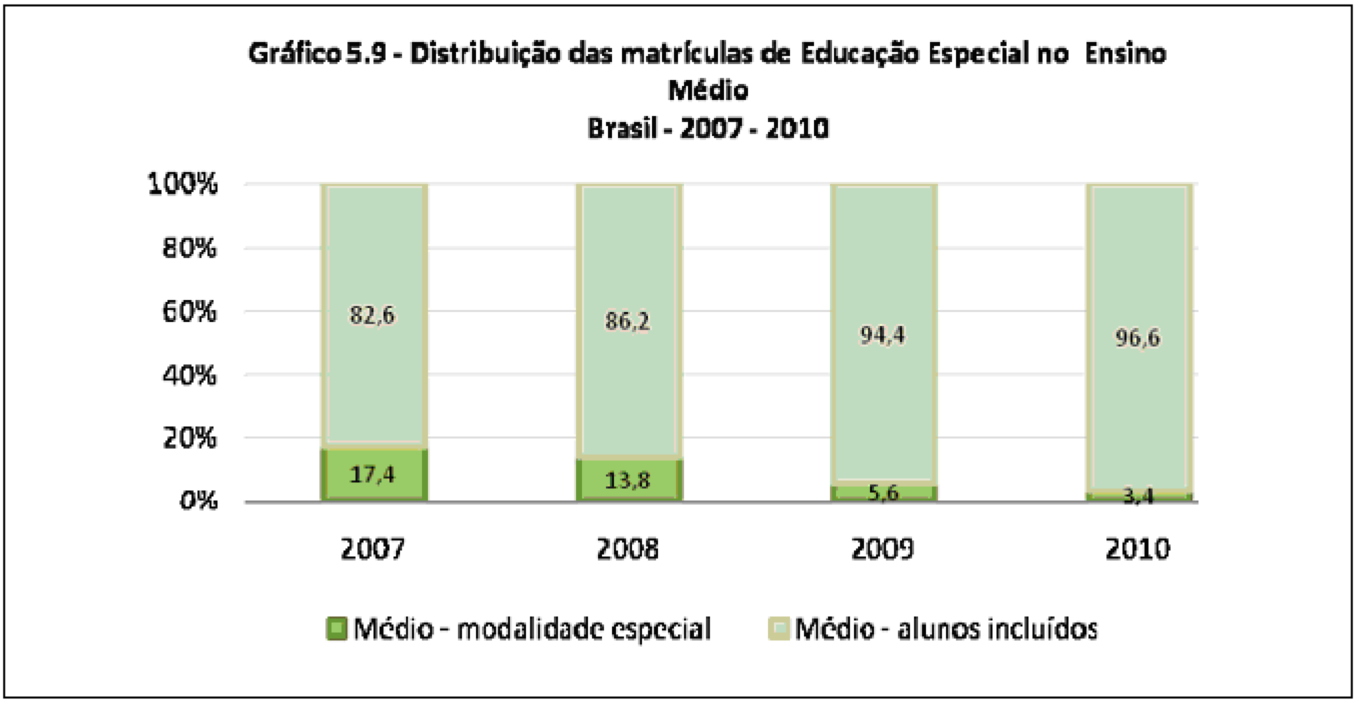
ANEXO 3: MATRÍCULAS DE EDUCAÇÃO ESPECIAL (2010)



ANEXO 4: MATRÍCULAS DE EDUCAÇÃO ESPECIAL NO ENSINO MÉDIO (2007-2010)



Anexo 5: Distribuição das Matrículas de Educação Especial no Ensino Médio (2007-2010)



Anexo 6: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

ANEXO
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título da Pesquisa: *"O ensino de matrizes: um desafio mediado por ferramentas didáticas para alunos cegos e alunos surdos."*

Nome do (a) Pesquisador (a): Gerciane Gercina da Silva

Nome do (a) Orientador (a): Prof. Dra. Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes

A Sra., o Sr. e seu (sua) filho (a) estão sendo convidados a participar desta pesquisa que tem como finalidade investigar como aprendizes cegos e aprendizes surdos apropriam-se do conceito de matrizes quando envolvidos em atividades que associam ferramentas materiais e práticas discursivas.

Ao participar deste estudo os senhores permitirão que a pesquisadora Gerciane Gercina da Silva colete os dados necessários para sua pesquisa através de atividades pedagógicas e filmagem. Vocês têm liberdade de se recusar a participar e ainda se recusar a continuar participando em qualquer fase da pesquisa, sem qualquer prejuízo. Sempre que quiserem poderão pedir mais informações sobre a pesquisa através do telefone do pesquisador do projeto e, se necessário através do telefone do Comitê de Ética em Pesquisa.

Sobre as entrevistas:

As entrevistas serão realizadas em encontros de aproximadamente uma hora em dia e horário combinado entre o pesquisador e os responsáveis.

Riscos e desconforto: a participação nesta pesquisa não traz complicações legais. Um possível desconforto será o tempo despendido para tal pesquisa por parte dos responsáveis e a criança. Sempre que a participante mostrar sinais de cansaço a sessão poderá ser interrompida. Os procedimentos adotados nesta pesquisa obedecem aos Critérios da Ética em Pesquisa com Seres Humanos conforme Resolução no. 196/96 do Conselho Nacional de Saúde. Nenhum dos procedimentos usados oferece riscos à dignidade de vocês.

Confidencialidade: todas as informações coletadas neste estudo são estritamente confidenciais. Somente a pesquisadora Gerciane Gercina da Silva e a orientadora Profa. Dra. Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes terão conhecimento dos dados.

Benefícios: ao participar desta pesquisa a sra e o sr. não terão nenhum benefício direto. Entretanto, esperamos que este estudo revele informações importantes sobre a *aquisição do conceito de matrizes através de ferramentas materiais para alunos com necessidades educacionais auditivas e visuais*, de forma que o conhecimento que será construído a partir desta pesquisa possa *trazer melhorias para a vida futura desses aprendizes, que possa provocar um movimento de igualdade em nossas escolas, priorizando o fator inclusão, e também por contribuir para o campo da Educação Matemática*, onde o pesquisador se compromete a divulgar os resultados obtidos.

Pagamento: a sra e o sr. não terão nenhum tipo de despesa para participar desta pesquisa, bem como nada será pago por sua participação.

Após estes esclarecimentos, solicitamos o seu consentimento de forma livre para participar desta pesquisa. Portanto preencha, por favor, os itens que se seguem: Confirmo que recebi cópia deste termo de consentimento, e autorizo a execução do trabalho de pesquisa e a divulgação dos dados obtidos neste estudo.

Obs: Não assine esse termo se ainda tiver dúvida a respeito.

Tendo em vista os itens acima apresentados, eu, de forma livre e esclarecida, manifesto meu consentimento em participar da pesquisa.

____

Nome: RG:

____

Gerciane Gercina da Silva

____

Prof. Dra. Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes

Pesquisadora: Gerciane Gercina da Silva, RG: 43.903.607-0, TELEFONE: (11) 5612-3187 / (11) 9310-4823

Orientadora: Profa. Dra. Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes, RG: 13.256.466-X E O TELEFONE: (11) 2273-5540 / (11) 9432-4882

Telefone da Comissão de Ética: (11) 2972-9000

E-mail: comissao.etica@uniban.br